

〈 第 3 学 年 〉

数学科学習指導案

1 単元名 平方根

2 単元設定の理由

小学校では、身の回りの物を数えることに始まり、小数、分数についての概念を理解し、中学1年では、正の数と負の数にまで拡張して物事をより広く考察し、処理してきた。中学2年では、文字を用いた式の計算も、数と同じように基本的な法則にしたがってできることを理解し、数量の関係を一般的に考察し、処理する能力を伸ばしてきた。

こうした既習の内容を受けて本単元では、身の回りの事象の中から具体的な例を取り上げ、有理数の範囲では正確に表すことができない量の存在に気づかせ、数を拡張していく考え方の理解を一層深める。また、今まで表現できなかったものを表すことができるることを理解し、数を用いて考察したり処理する対象をより広げられるようにするために本単元を設定した。

3 単元の目標

数の平方根について理解し、数の概念についての理解を深める。また、目的に応じて計算したり式を変形したりする能力を伸ばすとともに、二次方程式について理解し用いる能力を培う。

4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
<p>① 数の平方根に関心をもち、その必要性と意味を考えたり、数の平方根を用いて、身の回りの様々な事象を表したり、その近似値を求めたりしようとしている。</p> <p>② 数の平方根を含む式の四則計算に関心をもち、その意味や計算の仕方を考えたり、計算したりしようとしている。</p>	<p>① 1辺の長さが1mである正方形の対角線の長さなどが、どのような数で表されるのかを考えることができる。</p> <p>② 逐次近似的に求めるなど、平方根の近似値を求める方法を考えることができる。</p> <p>③ 数の平方根を含む式の計算を、既習の計算と関連付けて考えることができる。</p>	<p>① 数の平方根を用いて、身の回りの様々な事象を表すことができる。</p> <p>② 数の平方根を数直線上に表したり、大小関係を不等号を用いて表したりすることができます。</p> <p>③ 数の平方根を含む式の四則計算ができる。</p> <p>④ 正の数の平方根を用いて表したり処理したりすることができます。</p>	<p>① 数の平方根の必要性と意味を理解している。</p> <p>② 有理数と無理数の意味を理解している。</p> <p>③ 平方根を含む式の四則計算の仕方を理解している。</p> <p>④ $\sqrt{2}+1$ や $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ などは、これ以上簡単には表せない数であり、それぞれ一つの無理数を表していることを理解している。</p>

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
③ 平方根を用いることに関心をもち、具体的な場面で数量を表したり処理したりしようとしている。	<p>④ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ や $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a > 0, b > 0$)が成り立つことを確かめることができる。</p> <p>⑤ $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$が成り立たないことを示すために、反例をあげることができる。</p> <p>⑥ 正の数の平方根を用いて表したり処理したりした結果を基にして、具体的な場面で数量やその関係について考えることができる。</p>		⑤ 正の数の平方根を用いると、具体的な場面で数を用いて表したり処理したりする範囲が広がることを理解している。

5. 指導計画 (15時間)

- | | |
|------------------|-------------|
| 第1次 平方根 | 3時間 |
| 第2次 平方根の値 | 2時間 |
| 第3次 根号を含む式の乗法・除法 | 5時間 (本時2/5) |
| 第4次 根号を含む式の計算 | 3時間 |
| 第5次 問題 | 2時間 |

6. 本 時

(1) 本時の目標

根号のついた数を、目的に応じて変形できるようにする。

(2) 展開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
5分	1 前時の復習をする。 2 学習課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> ✓のついた数の積と商、根号の中の数の出し入れについて復習する。 学習のポイントをつかませる。 	• アの②	発表

根号のついた数を目的に応じて変形する(平方根トランプを作る)

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
30分	・平方根トランプを作る。	<ul style="list-style-type: none"> 4～5人のグループをつくる。 トランプの作り方を十分に説明する。 各グループで、トランプのマークになる13種類の平方根を選び、手分けして変形について考えさせる。 等しい数が4枚ずつ13組そろっているか確認させる。 13種類の変形を、表にまとめさせる。 	・ウの②	観察 机間指導 ワークシート
平方根トランプを使ってゲームをしよう				
10分	・トランプを使ってゲームをする。	<ul style="list-style-type: none"> ばば抜きや神経衰弱など、ゲームの内容を決めさせる。 		観察 机間指導
5分	3 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> 学習を振り返り、自己評価させる。 		

(3) 評価及び指導の例

アの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	根号を含む数の変形に関心をもち、自ら進んで取り組もうとする。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	ヒントや補足説明を与えて、学習への意欲を高めるよう支援する。

ウの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	根号を含む数を目的に応じて手際よく変形できる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	具体的な例で説明したり、グループで協力しながら理解できるよう支援する。

(4) 授業の実際

平方根の変形のやり方が十分理解できていない生徒もいたが、グループの中で教えてもらったり、計算のやり方を確認しながら学習を進めることができたので、学習意欲を持続させて取り組むことができた。トランプを作るのにかなりの時間がかかってしまった。

ゲームでは、同値のカードを見つけるのに時間がかかる生徒もいたが、変形をまとめた表を使ったり、間違えながらもやっていく中で見つけ出すことができるようになった。



平方根トランプを作ってゲームをしよう！

1 平方根トランプとは？

普通のトランプのダイヤ・クラブ・スペード・ハートの代わりに、平方根の変形したものを使います。

例① $\sqrt{18}$ を4通りの方法で表す。

$$\text{ルート } 18 \quad \sqrt{18} \quad \sqrt{3^2 \times 2} \quad 3\sqrt{2}$$

例②

$$\sqrt{18} \quad \sqrt{3^2 \times 2} \quad 3\sqrt{2} \quad \sqrt{9 \times \sqrt{2}}$$

2 平方根トランプを作ろう。

- 上の例のような平方根カード4枚を13種類作る(ジョーカーもつくる)
- 例①を基本とする。
- 1つのグループで、53枚1セットを分けて作る。

★13種類の例

$$\begin{array}{ccccccc} \sqrt{1} & \sqrt{4} & \sqrt{8} & \sqrt{9} & \sqrt{12} & \sqrt{18} & \sqrt{24} \\ \sqrt{27} & \sqrt{28} & \sqrt{32} & \sqrt{48} & \sqrt{50} & \sqrt{63} & \sqrt{75} \end{array}$$

★トランプの書き方

ルート 18
ルート 18
ルート 18

$\sqrt{18}$
$\sqrt{18}$
$\sqrt{18}$

$\sqrt{3^2 \times 2}$
$\sqrt{3^2 \times 2}$
$\sqrt{3^2 \times 2}$

$3\sqrt{2}$
$3\sqrt{2}$
$3\sqrt{2}$

3 遊び方

各グループで53枚のトランプを使い、普通のトランプと同じように「ばば抜き」や「神経衰弱」をする。

(高浦中学校 後藤 真治)

数学科学習指導案

1 単元名 二次方程式

2 単元設定の理由

中学校で学習する方程式はこの単元で最終です。二次方程式を学習することにより、問題解決の範囲が広がり、楽しみも増えます。

今回は<ICTの活用>について、実際に授業で行っていることを紹介します。この方法は、すべての単元で活用できますし、たいしたこと正在しているわけではなく、ICTを道具として利用しているのに過ぎません。このうちの1つでも皆様の参考になればと思います。

3 単元の目標

- ・平方根の意味にもとづいて二次方程式を解くことができる。
- ・ $x^2 + px + q = 0$ の形の二次方程式を変形して解くことができる。
- ・解の公式を用いて解くことができる。
- ・因数分解を用いて解くことができる。
- ・二次方程式を用いて、文章問題を解くことができる。

4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
① 二次方程式とその解に関心をもち、その必要性と意味を考えたり、様々な数を代入するなどして自分なりの方法で解を求めたりしようとしている。 ② 二次方程式を解くことに関心をもち、因数分解したり平方の形に変形したりして二次方程式を解こうとしている。	① 二次方程式を変数が満たすべき条件ととらえ、条件が成り立つ変数の値を求める方法を考えることができる。 ② 因数分解や平方の形に変形することを基にして、二次方程式の解き方を考えることができる。	① 二次方程式をつくることができる。 ② 二次方程式に数を代入して、その数が解であるかどうかを確かめることができる。 ③ 因数分解したり平方の形に変形したりして二次方程式を解くことができる。	① 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解している。 ② 因数分解や平方の形に変形することを基にした二次方程式の解き方を理解している。

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
<p>③ 二次方程式の解の公式に関心をもち、その導き方を考えたり、それを用いて二次方程式を解いたりしようとしている。</p> <p>④ 二次方程式を活用することに感心をもち、問題の解決に生かそうとしている。</p>	<p>③ 係数が数で表されている具体的な二次方程式を平方の形に変形する過程と比較しながら、二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式の導き方を考えることができる。</p> <p>④ 具体的な事象の中の数量の関係をとらえ、二次方程式をつくることができる。</p> <p>⑤ 求めた解や解決の方法が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。</p>	<p>④ 解の公式を用いて二次方程式を解くことができる。</p> <p>⑤ 問題の中の数量やその関係を文字を用いた式で表し、それを基にしてつくった二次方程式を解くことができる。</p>	<p>③ 二次方程式の解の公式について理解している。</p> <p>④ 解の公式を用いた二次方程式の解き方を理解している。</p> <p>⑤ 二次方程式を活用して問題を解決する手順を理解している。</p>

5 指導計画（15 時間）

- | | | |
|-----|-------------------------|---------------|
| 第1次 | 二次方程式とその解き方 | 3時間 |
| 第2次 | $x^2 + px + q = 0$ の解き方 | 1時間 |
| 第3次 | 二次方程式の解の公式 | 3時間 |
| 第4次 | 二次方程式と因数分解 | 3時間（本時 2 / 3） |
| 第5次 | 二次方程式の利用 | 3時間 |
| 第6次 | 章末問題 | 2時間 |

6 本時

(1) 本時の目標

因数分解を使って解く。

(2) 展開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
10分	1 前時までの復習	• プリントにて復習し、その場で確認する。 (4) I C T利用参照	• ウの③	プリント確認
15分	2 $a x^2 + b x = 0$ 例題を説明 問をする	• I C Tを使い説明 (4) I C T利用参照		机間指導
15分	3 $x^2 + 2 a x + a^2 = 0$ 例題を説明 問をする	• I C Tを使い説明 (4) I C T利用参照		机間指導
10分	4 本日の確認	• I C Tを使い確認する。 (4) I C T利用参照	• ウの③	P C 管理画面

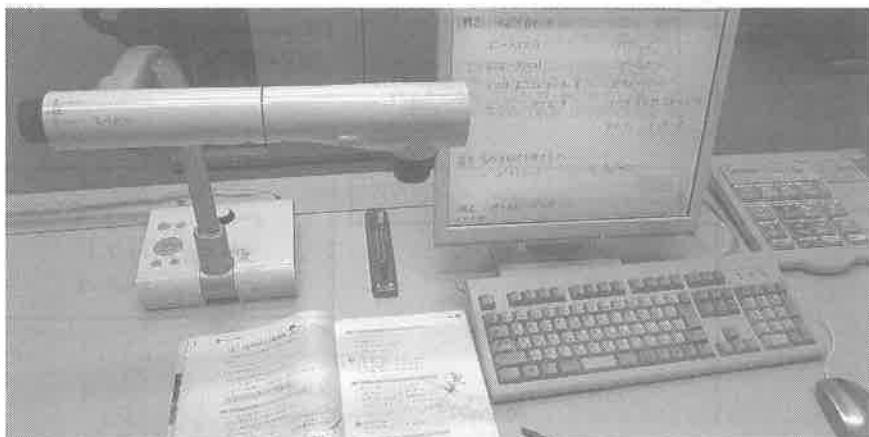
(3) 評価及び指導の例

ウの③

「十分満足できる」と判断される状況（A）	8割以上、間違わずに解答することができ、間違った問題は、やり直して解答することができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	半分以上解答することができ、間違った問題は、やり直して解答することができるよう支援する。

(4) I C T利用例

① 実物投影機(カメラ)を利用



生徒機にも同じ画像が映し出される。

② プリント全般

東書 Webライブラリ (<http://webworld.tokyo-shoseki.co.jp/>) を利用することで、問題プリントが簡単に作成できる。自分で問題を組み合わせてプリントを作ることもできる。

行番	問題名	評価標準	プリントNo.	種類
44	成の計算の利用	8	8	チャレンジ
45	2次方程式	20	20	Fリル
46	2次方程式の解き方(1)	21	21	Fリル
47	2次方程式の解き方(1) 関連	21-1	21-1	Fリル
48	2次方程式の解き方(2)	22	22	Fリル
49	2次方程式の解き方(2) 関連	22-1	22-1	Fリル
50	2次方程式	9	9	たしかめ
51	2次方程式	9	9	フルーツ
52	2次方程式	9	9	チャレンジ
53	2次方程式の解き方(3)	23	23	Fリル
54	2次方程式の解き方(3) 関連1	23-1	23-1	Fリル
55	2次方程式の解き方(3) 関連2	24	24	Fリル
56	2次方程式の解き方(4)	24-1	24-1	Fリル
57	2次方程式の解き方(4) 関連2	24-2	24-2	Fリル

③ 計算練習等

中学数学の基本問題 (http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/math/index_m.htm) を利用、インターネット回線があれば利用できるので、とても便利。しかし、生徒一人一人にPCが必要ですので、コンピュータ教室を利用する等が必要になります。

問題 左横の2次方程式を因数分解で解きなさい。(解答は右欄から選べなさい。)
[ルール]
(1) 問題(2回目から)NEXT)を押すと、1問表示されタイマーが動き始めます。(分からぬときは問題を押す。)
(2) 正解したときに残っているマークの数が得点です。
(3) 全部で10問あり、満点で10点×100点です。
[第1問/全10問中]

[2次方程式] $x^2+5x+6=0$

[解答欄]

$x=2, 3$	$x=2, -3$
$x=-2, 3$	$x=-2, -3$
$x=1, 5$	$x=-1, 5$
$x=1, -5$	$x=-1, -5$

[合計得点]

数学科学習指導案

1 単元名 関数 $y = ax^2$

2 単元設定の理由

関数の指導に関しては、1年では比例や反比例について学習し、変化や対応の見方や考え方を養うとともに、関数関係を表す式、表、グラフなどを学習している。2年では、1年の学習の発展として一次関数について学習し、その活用や一次方程式との関係についても取り扱っている。3年では、数式分野の平方根や二次方程式の学習の延長として、具体的な事象の中から2乗に比例する関数 $y = ax^2$ を学習する。身近な例としてふりこの運動の場合を取り上げ、実験をすることによって、理解を深めたい。

3 単元の目標

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べ、関数としてとらえられるものがあることを知る。また、その特徴を調べ、問題解決に利用することができるようとする。

4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
<p>① 関数 $y = ax^2$ に関心をもち、具体的な事象の中から関数 $y = ax^2$ としてとらえられる二つの数量を見いだしたり、その関係を式で表したりしようとしている。</p>	<p>① 具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、関数 $y = ax^2$ としてとらえられる二つの数量を見いだすことができる。</p> <p>② 関数 $y = ax^2$ の特徴に関心をもち、表、式、グラフを用いて考えようとしている。</p>	<p>① 関数 $y = ax^2$ の関係を式で表すことができる。</p> <p>関数 $y = ax^2$ の関係を表す式に数を代入し、対応する値を求めることができる。</p> <p>② 関数 $y = ax^2$ の関係を表すことができる。</p> <p>関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができる。</p>	<p>① 関数 $y = ax^2$ の意味を理解している。</p> <p>2乗に比例することの意味を理解している。</p> <p>② 関数 $y = ax^2$ の特徴を理解している。</p>

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
<p>③ 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明することに関心をもち、問題の解決に生かそうとしている。</p> <p>④ いろいろな事象と関数に関心をもち、表やグラフなどで表したり、その特徴を考えたりしようとしている。</p>	<p>③ 具体的な事象から取り出した二つの数量の関係が関数 $y = ax^2$ であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴をとらえ、説明することができる。</p> <p>具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして関数 $y = ax^2$ とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。</p> <p>関数 $y = ax^2$ を用いて調べたり、予測したりした結果が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。</p> <p>④ 具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と比較、その特徴を考えることができる。</p>	<p>③ 関数 $y = ax^2$ の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。</p>	<p>③ 具体的な事象の中には、関数 $y = ax^2$ とみなすことでの変化や対応の様子について調べたり、予測したりできるものがあることを理解している。</p> <p>④ 具体的な事象の中から見いだした関数関係には、既習の比例、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ とは異なるものがあることを理解している。</p>

5 指導計画 (15時間)

- | | |
|---------------------------------|----------------|
| 第1次 関数 $y = ax^2$ | 3時間 |
| 第2次 関数 $y = ax^2$ のグラフ..... | 4時間 |
| 第3次 関数 $y = ax^2$ の値の増減と変域..... | 1時間 |
| 第4次 関数 $y = ax^2$ 変化の割合..... | 2時間 |
| 第5次 身のまわりの関数 $y = ax^2$ | 2時間 (本時 2 / 2) |
| 第6次 いろいろな関数..... | 1時間 |
| 第7次 課題学習..... | 2時間 |

6 本 時

(1) 本時の目標

- ・身の回りにある事象について、興味を持って追求する態度を養うことができる。
- ・表やグラフから $y = ax^2$ となる関係を見つけ、式に表したり問題に取り組んだりすることができる。

(2) 展 開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
5分	1 本時の課題を知る。	<ul style="list-style-type: none"> ・ふりこの実験機を紹介する。 ・ふりこの1往復にかかる時間は周期ということを教える。 		
	このふりこの周期を1秒にするにはどうしたらよいでしょう。			
5分	2 ふりこの長さと周期についての予想を各自で考える	<ul style="list-style-type: none"> ・10往復の時間から周期の時間を計算させる。 		
20分	3 予想について、班で話し合い、実験をする。	<ul style="list-style-type: none"> ・自分の考えを分かりやすく説明させ合う。 	・アの④	ストップウォッチ ワークシート 机間指導 発表
10分	4 発表する。	<ul style="list-style-type: none"> ・しっかりと聞き、自分の考え方と比べるように助言する。 		
10分	5 ふりこの長さと周期について式を作成する。	<ul style="list-style-type: none"> ・自力で考える時間を確保し、自ら作成できるよう配慮する。 	・ウの④	机間指導 ワークシート

(3) 評価及び指導例

アの④

「十分満足できる」と判断される状況（A）	いろいろな事象と関数に関心をもち、表やグラフなどで表したり、その特徴を見いだしたりすることができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	班で協力しながら、解決方法の筋道が理解できるように支援する。

ウの④

「十分満足できる」と判断される状況（A）	関数 $y = ax^2$ の関係になっている事象を的確に式やグラフに表すことができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	班で協力しながら、解決方法の筋道が理解できるように支援する。

(4) 授業の実際

生徒は、教材に対して興味を示し、全員が積極的に取り組んだ。実験結果をまとめたとき、重さやふり幅には関係なく、ふりこの長さと周期の間の関係だけ

今日はいつもと違う、数学はとても身についたのです。でも、とても緊張いました。今日は、ふりこの長さを短くすることはやくなるのか分かりました。でも、ふり幅を小さくても、また、あまり重たくても、あわらしませんでした。なので、今回の実験を通して、ふりこの長さと、周期は、関数であるということが分かりました。

A子の感想

が関数であることに気付きA子の感想のように驚く生徒が多く見られた。

また、実験結果を使って a を求めることによって、2乗に比例する関数の有用性を感じることができた。



(鰐敷中学校 中川 一英)

数学科学習指導案

1 単元名 図形と相似

2 単元設定の理由

生徒たちは小学校から基本的な図形の概念や性質について、操作的活動を通して学んできた。中学校では図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察する基礎を培い、証明の学習につなげてきた。さらに、証明された図形の性質が具体的な図形の長さを求めるために役立つことは、生徒にとっても数学の有用性を強く感じる場面である。

本単元では、相似の性質より辺の比の関係を明らかにすると共に、具体的な長さを求めるところに習熟させたい。また、直観的に理解できる関係性についても論理的に考察を加え、その過程をしっかりと説明できるよう言語活動にも重点的に取り組んでゆきたい。

3 単元の目標

図形の相似の概念を明らかにし、三角形の相似条件をもとにして図形の性質についての理解を一層深めるとともに、相似の考えが活用できるようにする。

4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
① 三角形の相似条件に関心を持ち、それについて考えたり、それを用いて証明したりしようとしている。 ② 平行線と線分の比についての性質に関心があり、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明しようとしている。 ③ 相似な図形の相似比・面積比・体積比に関心を持ち、それらの関係について考えようとしている。	① 見出した図形の性質などを三角形の相似条件を用いて証明することができる。 ② 平行線と線分の比についての性質を平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明できる。 ③ 相似な図形の相似比・面積比・体積比について調べ、文字式を用いるなどして、それらの関係について考えることができる。	① 相似な三角形の対応する辺の長さや角の大きさを求めることができる。 ② 平行線と線分の比に関する性質を用いて線分の長さなどを求めることができる。 ③ ある図形の面積や体積が分かっているとき、それと相似な図形の面積や体積を相似比を基に求めることができる。	① 三角形の相似条件の意味を理解している。 ② 平行線と線分の比についての性質や中点連結定理を理解している。 ③ 相似な図形の相似比・面積比・体積比やそれらの関係について理解している。

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
④ 相似な図形の性質を用いて具体的な事象をとらえることに関心を持ち、問題の解決に生かそうとしている。	④ 相似な図形を見出し、相似な図形の性質を利用するにより、図形の性質などを考えることができる。	④ 図形の辺の比の関係を求めたり、直接測定できない距離や高さを縮図を書いてもとめることができる。	④ 日常生活で相似な図形の性質を利用している場面を理解している。

5 指導計画 (18時間)

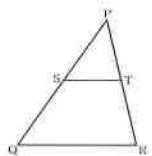
- 第1次 相似な図形…………… 3時間
 第2次 三角形の相似条件…………… 2時間
 第3次 相似条件と証明…………… 3時間
 第4次 縮図の利用…………… 1時間
 第5次 平行線と線分の比…………… 5時間 (本時 2／5)
 第6次 中点連結定理…………… 2時間
 第7次 章末問題…………… 2時間

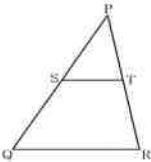
6 本時

(1) 本時の目標

- 図形の長さを測定する中で線分の比の関係に着目し、その関係性を論理的に説明する。
- 直観的に理解できる性質を論理的に説明できるようにする。

(2) 展開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
10分	<p>1 前時の復習をする。 $S T // Q R$ のとき</p>  <ul style="list-style-type: none"> 図の計測をする。 比の等しい関係を見つける。 $P S : P Q = P T : P R$ を証明する。 	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な長さを計測することにより、生徒自ら前時に学習した比の関係に気付く。 三角形の相似から導かれる性質であったことを確認し、もう一度証明を書いてみる。 	ア② イ②	発表 ワークシート

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的評価規準	評価
10分	<p>2 本時の課題を把握する。</p>  <p>S T // Q R のとき $P S : S Q = P T : T R$ であることを証明しよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 計測した中に $P S : P Q = P T : P R$ 以外に比の等しくなる関係を見つける。 • $P S : S Q = P T : T R$ となることを適當な三角形を書いて計測し確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> • $P S : P Q = P T : P R$とのつながりを意識する。 • 計測には誤差があることを考え、比の関係を整理する。 	ア②	発表
25分	<p>3 課題を解決する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 証明を考える。 • 発表する。 <p>他の説明を考える図形を離れて、文字を使う</p> $P S : S Q = P T : P R \text{ と } P S : (P Q - P S) = P T : (P R - P T)$ <p>は同じ、 $P S : P Q = P T : P R$ を利用できそうだ。</p>	<p>次の 3 点を把握すればいいことを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 相似な図形を作図する。(補助線を引くポイントについて確認する。) • 相似を証明する。 • 対応する辺の比を考える。 <p>前時の定理の引算になっていることに気付く。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 具体的数字を当てはめて確認する。 • 一般化するには文字を利用する。 	ア② イ②	ワークシート 発表 班活動 発表
5分	4 まとめ	前時の定理と今回の定理では対応する線分が違うことをきちんと確認する。		

(3) 評価及び指導の例

アの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	課題に前向きに取り組み、相似条件を理解し、利用しようとしている。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	どの三角形に着目すべきか、気付けるように支援する。

イの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	三角形の相似条件を用いて証明できる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	どの相似条件を使うべきか気付けるように支援する。

(4) 授業の実際

前時に $P S : P Q = P T : P R$ であることを証明して、それを引き継いでの授業であったが、ワークシートの図形や自分の書いた三角形を計測することにより、 $P S : P Q = P T : P R$ を具体的に確認するとともに、 $P S : S Q = P T : T R$ であることを教師サイドから与えるのではなく、生徒自ら気づくことができた。 $P S : S Q = P T : T R$ は生徒も直観的にうすうす気づいてはいたが、具体的に測るという操作的活動を通して理解が深まった。

次に $P S : S Q = P T : T R$ を証明する段階では、補助線を引いて三角形をつくり $P S : P Q = P T : P R$ の証明の仕方と同じように相似を使って説明することができるが、実際の授業ではある生徒の直観で「そんなの $P S : P Q = P T : P R$ で引き算をすれば $P S : S Q = P T : T R$ になるじゃないか、当たり前だろ」という一言で相似の証明を離れて $P S : P Q = P T : P R$ から数式の処理で $P S : S Q = P T : T R$ を説明する方向に向かった。

「当たり前のことを説明して下さい。」という発問で班になって説明方法を考えた。具体的数字で説明する班や比の意味から説明する班、文字を使う班など色々な説明があったが、生徒たちは言葉にして説明することの難しさを実感したようだった。もちろん次の授業で相似を使った証明ができる事を確認したが、今回のように生徒の素朴な疑問・直観を大切にし、それを直観で終わらせるのではなく、論理的な思考として整理し言葉にできるような授業を開拓していきたい。

(山城中学校 内田清文)

数学科学習指導案

1 単元名 三平方の定理

2 単元設定の理由

生徒にとって三平方の定理を学習すると今まで計算できなかった線分の長さを求めることができるようになり、問題を解く上でこの定理の有用性を強く感じることができる。また三平方の定理の証明方法はたくさんあり、その多様性を知ることでより数学の証明の魅力や数学の奥深さを知ることができる単元である。

証明問題は生徒にとって非常に難しく感じるところであり、苦手意識をもってしまう傾向があるが、数学的な見方や考え方のよさを実感し、数学への関心・意欲の向上を図ることで、生徒の主体的な表現力を引き出したいと思い、本単元を設定した。

3 単元の目標

- 三平方の定理を見いだし、利用しようとする。
- 三平方の定理を用いて、図形の計量などに活用できるようにする。

4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
① 三平方の定理を見いだし、どんな直角三角形についても成り立つかどうか、調べようとする。	① 三平方の定理の多様な導き方を見いだすことができる。	① 三平方の定理や三平方の定理の導き方を表現することができる。	① 三平方の定理とその逆の意味を理解している。
② 正三角形の高さ、弦の長さ、2点間の距離などが、直接測らずに三平方の定理を利用して求められることに関心を示し、定理を活用しようとする。	② 図形の中で三平方の定理が使える場面を見いだすことができる。	② 三平方の定理を使って辺の長さや、図形の面積、体積を求めることができます。	② 三平方の定理が利用できる場面を理解している。

5 指導計画（8時間）

第1次 三平方の定理…………… 3時間（本時1／3）

第2次 三平方の定理の利用…………… 5時間

6 本 時

(1) 本時の目標

- ・三平方の定理を導き出そうとする。
- ・三平方の定理の証明を説明できる。

(2) 展 開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
10分	1 三平方の定理を理解する。	・面積の関係から三平方の定理を生徒自らが気づけるようにする。	アの①	ワークシート 机間指導
20分	2 三平方の定理の証明を考える。	<ul style="list-style-type: none"> ・2つの証明の方法を考える。 ・面積に注目するなどのヒントを与えていく。 		
	<p>(問) 次の方法で三平方の定理を証明しよう。</p>			
15分	3 各グループで証明方法を発表する。	・他のグループの証明方法をしっかり理解する。	ウの①	ワークシート 発表
5分	4 本時のまとめをする。	・三平方の定理の証明には様々な方法があることを伝える。		

(3) 評価及び指導の例

アの①

「十分満足できる」と判断される状況（A）	課題に前向きに取り組み、面積の関係から共通事項を見つけようとする。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	表に共通事項があるかどうか着目させ、三平方の定理に気づけるように支援する。

ウの①

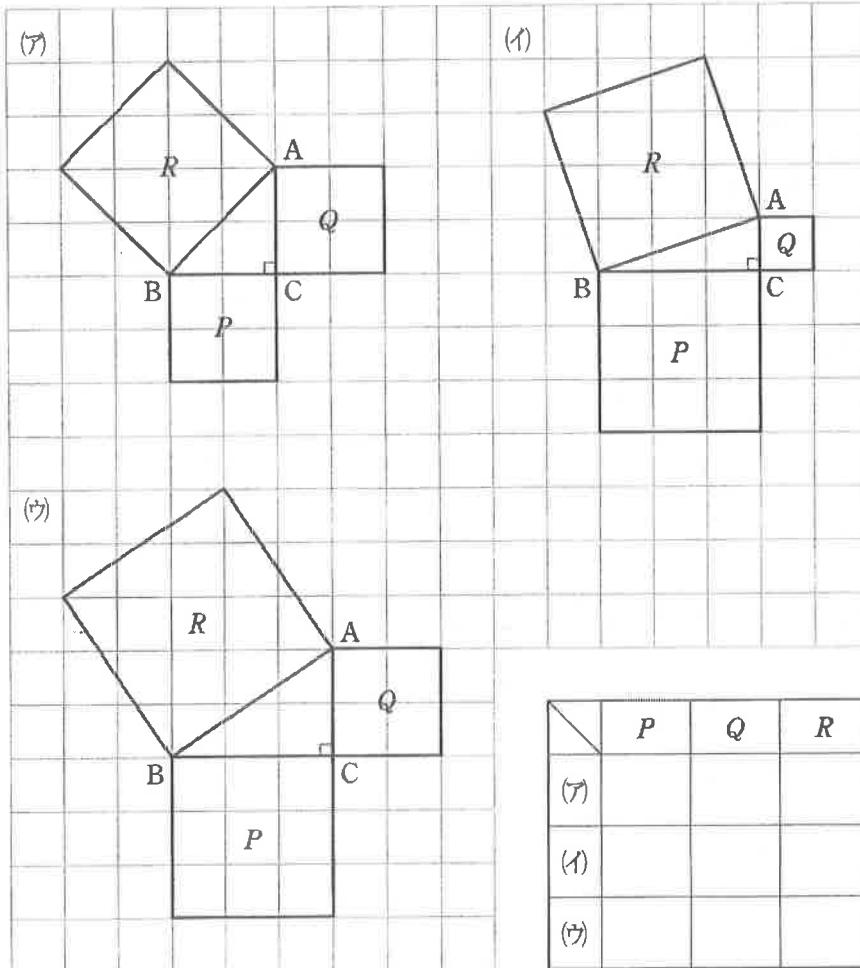
「十分満足できる」と判断される状況（A）	三平方の定理の証明を説明することができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	発表での説明が不十分なときは質問を投げかけ、みんなで考えるようとする。

ワークシート

三平方の定理

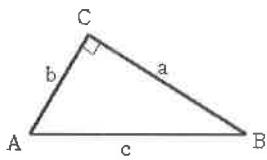
3年()組()番 氏名()

- (問1) 下の図は、直角三角形ABCの3辺を、それぞれ1辺とする正方形を、1目もりを1cmとする方眼にかいたものです。(ア)～(ウ)について、3つの正方形の面積P, Q, Rをそれぞれ求め、下の表に書き入れましょう。また表から気がつくことを書いてみよう。



(気がつくこと)

《三平方の定理》



直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると

(問2) 次の図を用いて三平方の定理を証明しよう。

