

### 数学科の発展を支える数学教育のあり方

～ 自ら学ぶ力、自ら考える力、自ら表現する力 ～

新 本 野 徳島県立徳島高等学校

2011.11.11

# 第55回徳島県中学校数学教育研究大会

$$\begin{array}{r}
 73 = 5 \times 9 \\
 63 = 7 \times 9 \\
 54 = 6 \times 9 \\
 45 = 5 \times 9 \\
 \dots
 \end{array}$$

9は3の倍数に属するから

教育の「自ら学ぶ力」「自ら考える力」「自ら表現する力」  
「探究」「協働」「個別」

「自ら学ぶ力」「自ら考える力」「自ら表現する力」

「用語の採算」対照表 (C)

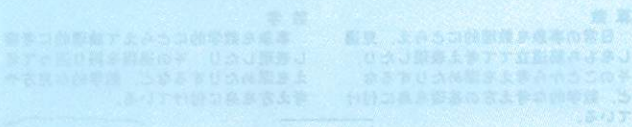
「自ら学ぶ力」「自ら考える力」「自ら表現する力」

「数学科の発展を支える数学教育のあり方」

「探究・協働・個別」点検 (I)

「探究・協働・個別」

「探究・協働・個別」点検の意義 (I)  
「探究・協働・個別」点検の意義 (II)



「自ら学ぶ力」「自ら考える力」「自ら表現する力」

「探究・協働・個別」点検の意義 (I)

「自ら学ぶ力」「自ら考える力」「自ら表現する力」

expression of the human mind

「自ら学ぶ力」「自ら考える力」「自ら表現する力」

「探究・協働・個別」点検

「自ら学ぶ力」「自ら考える力」「自ら表現する力」

「探究・協働・個別」点検の意義 (I)

【講演】

徳島県中学校教育研究会  
数学部会

'11.10.25.  
名西郡石井中学校

### 数学的活動を生み出す授業の創造

～ 自ら学び、自ら考え、自らを表現する ～

茨城大学 教育学部 根本 博

#### はじめに

#### 1 改訂学習指導要領「総則」の確認と数学科の目標

##### 1) 「表現する力」「活用する力」の育成

… 「推測」、「検証／確認」、「発展」

「表現する力／活用する力」の育成が大切、というだけでよいか？

$$\begin{array}{r}
 9 \times 3 = 27 \\
 9 \times 7 = 63 \\
 9 \times 4 = 36 \\
 9 \times 8 = 72 \\
 \dots\dots
 \end{array}$$

どんなことが読み取れるか？

##### 2) 新領域「資料の活用」

「社会において自立的に」生きていけるように

#### 2 「学習評価の改善(通知)」と数学科学習指導

##### 1) 観点「思考・判断・表現」

→ 内容等に即して思考・判断した  
ことを、その内容を表現する活動  
と一体的に評価する

言語活動の充実とその意義

#### 「思考・判断・表現」の評価

◎ 評価の観点「思考・判断・表現」の趣旨の記述の整理  
(観点「数学的な考え方」、「数学的な見方や考え方」の趣旨)

算数

日常の事象を数理的にとらえ、見通しをもち筋道立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。

数学

事象を数学的にとらえて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。



根拠を明確に

(新：小4) 数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、日常の事象について論理的に考え表現したり、そのことを基に論理的・総合的に考えたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。

発展、総合 (新5、6年時)

(新：中1) 数量や図形などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を見通しをもつて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

知の質を高める

##### 2) 「自らを表現する」ということ

*expression of the human mind*

表現する

- ・言葉で事実を正しく述べる (記述する)
- ・数学的に簡潔に (記号を用いて) 書き表す



配慮したいこと -- 記号性、言語性

- ・言語 (修辭的) 表現と文字記号による (記号的) 表現の一体性に気付く
- ・事実 (現実的事象 or 数学的事実等)、言語表現、記号的表現を関連付ける
- ・記号的表現から、他の類似する数学的事実を探り、さらに関連付けを行う

事例) i) 求められる言語活動 (プリント参照) 及び ii) 具体的操作の裏付けのある形式的操作

### 3 数学的活動を生み出す --- ‘振り返る’ 活動を考える (プリント/スライド参照)

数学的活動を生み出すために ‘振り返る’  $\iff$  「振り返り考えを深める」ことを目指す

1) 新たな課題を見いだす  $\rightarrow$  新たな事実を探る

2) 事実を追究し、新たな可能性を探る

…「理解」を深める

(‘知識’を膨らませる)



● 一つの円の中で、二つの弦が互いに交わっているとき、一方の弦の二つの分割部分でつくる長方形の面積は、他方の弦の二つの分割部分でつくる長方形の面積に等しい。

- ・どのようなことが分かったか (できるようになったのは何か/学んだことの意味を考えているか)
- ・この学習をもとにこれから先どのようなことを(どんな問題を解決)してみたいと考えているか

数学が教えてくれる！ 数学が(思考の)後押しをしてくれる！ という経験を…

そうすれば、面倒くさいし嫌なのだけれどやる というのではなく、

- 自ずから学ぼうと思う気持ちが芽生える
- 数学を使って(数学で)考えようと思う気持ちが芽生える
- 分かったことを数学を使って伝えようとする気持ちが芽生える
- そして、数学をつくらうとする気持ちが芽生える

### まとめ

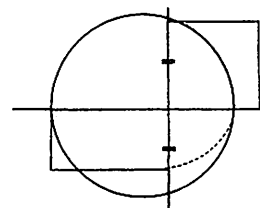
= ‘振り返る’ 活動を習慣付ける =

誠実で、自立的かつ創造的な人間を育てたい

「振り返って考える」ことは、数学的な見方や考え方を伸ばすために、もっとも大切な活動ではないか、と考える。

*Reflecting is possibly the most important activity for improving mathematical thinking.*

J.Mason et al. ‘Thinking Mathematically’ p.38.



### 参考資料

- ・根本 博「「人」を育てる～教師の使命、学校の使命」茨城県教育会『茨城教育』誌 No.836. pp.4-19. 2011.6.
- ・学校数学教育課程開発研究会「算数・数学教育をこう変える！－算数・数学が語りかけてくれること」PMCD. 理数教育研究所 2010.5.27.
- ・根本 博「学習を振り返り、新たな課題を見いだす－児童が自分に問えるように」『新しい算数研究』誌 No.486. pp.4-7. 東洋館出版社 2011.7.

評価の観点「数学的な見方や考え方」の  
「観点の趣旨」の変遷について（昭和33年小・中学校教育課程全面改訂以降）  
初等中等教育局長（通知）

根本 博

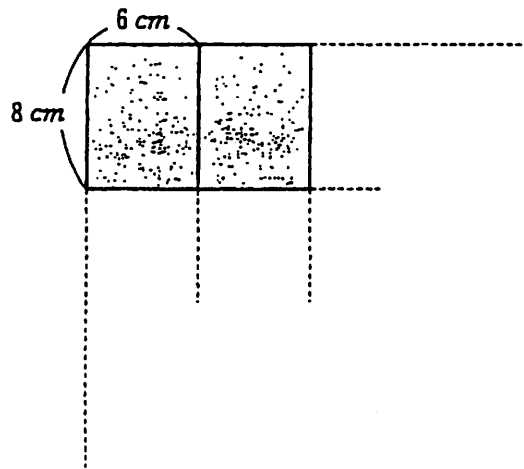
<p>昭和36年2月 直観・見通し 論理的な思考</p>	<p>数量や図形や数量的な関係を直観的にはあくしたり、明確に見通しをつけることができる。 数量的な関係を、論理的に筋道を立てて考えることができる。</p>
<p>昭和46年2月 数学的な考え方</p>	<p>数の構造をとらえたり、関数的な考え方、統計的な考え方などができる。また、直観・見通し、論理的な思考ができる。</p>
<p>昭和55年2月 数学的な考え方</p>	<p>数量や図形間の関係などを的確にとらえるとともに、数学的な推論の方法を身に付け論理的に考えることができる。</p>
<p>平成3年3月 数学的な考え方</p>	<p>数量、図形などについての基礎的な知識と技能の習得や活用を通して、数学的な見方や考え方を身に付け、事象を数学的にとらえて論理的に考察する。</p> <p>※ 従前通り、各教科ごとの観点の趣旨を示すことと併せて、中学校生徒指導要録付属資料「観点別学習状況評価のための参考資料」が参考として添付されている（以後同様）。ここには、「～評価が効果的に行われるようにするためには、各観点ごとに学年ごとの評価規準を設定するなどの工夫を行うこと。」と述べられている。</p>
<p>平成13年4月 数学的な見方や 考え方</p>	<p>数学的活動を通して、数学的な見方や考え方を身に付け、事象を数学的にとらえ、論理的に考えるとともに<u>思考の過程を振り返り考えを深める</u>。</p> <p>※ 従前の「付属資料」は本文に盛り込まれる（昇格？）。</p>
<p>平成22年5月 数学的な見方や 考え方</p>	<p>事象を数学的にとらえて論理的に考察し表現したり、<u>その過程を振り返って考えを深めたりする</u>など、数学的な見方や考え方を身に付けている。</p> <p style="text-align: right;">（下線筆者）</p>

3

たて  $8\text{ cm}$ 、横  $6\text{ cm}$  の長方形のカードを、次の図のようにすきまなくならべて正方形を作ります。

このようにしてできる正方形の中で、いちばん小さい正方形の一辺の長さは何  $\text{cm}$  ですか。

求め方と答えを、それぞれ  の中に書きましょう。



求め方

(9)

答え

(10)

## (1) 評価の観点及びその趣旨

## ＜小学校 算数＞

観点	算数への関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての技能	数量や図形についての知識・理解
趣旨	数理的な事象に関心をもつとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする。	日常の事象を数理的にとらえ、見通しをもち筋道立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。	数量や図形についての数学的な表現や処理にかかわる技能を身に付けている。	数量や図形についての豊かな感覚をもち、それらの意味や性質などについて理解している。

## (2) 学年別の評価の観点の趣旨

## ＜小学校 算数＞

観点 学年	算数への関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての技能	数量や図形についての知識・理解
第1学年	数量や図形に親しみをもち、それらについて様々な経験をもとうとする。	数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、数理的な処理に親しみ、考え表現したり工夫したりしている。	整数の計算をしたり、身の回りにある量の大きさを比較したり、図形を構成したり、数量の関係などを表したり読み取ったりするなどの技能を身に付けている。	数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、整数の意味と表し方及び整数の計算の意味を理解し、量、図形及び数量の関係についての理解の基礎となる経験を豊かにしている。
第2学年	数量や図形に親しみをもち、それらについて様々な経験をもとうとするとともに、知識や技能などを進んで用いようとする。	数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、数理的な処理に親しみ、考え表現したり工夫したりしている。	整数の計算をしたり、長さや体積などを測定したり、図形を構成したり、数量の関係などを表したり読み取ったりするなどの技能を身に付けている。	数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、整数の意味と表し方、整数の計算の意味、長さや体積などの単位と測定の意味、図形の意味及び数量の関係などについて理解している。
第3学年	数理的な事象に関心をもつとともに、知識や技能などの有用さ及び数量や図形の性質や関係を調べたり筋道を立てて考えたりすることのよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする。	数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。	整数などの計算をしたり、長さや重さなどを測定したり、図形を構成要素に着目して構成したり、数量の関係などを表したり読み取ったりするなどの技能を身に付けている。	数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、整数、小数及び分数の意味と表し方、計算の意味、長さや重さなどの単位と測定の意味、図形の意味及び数量の関係などについて理解している。
第4学年	数理的な事象に関心をもつとともに、知識や技能などの有用さ及び数量や図形の性質や関係を調べたり筋道を立てて考えたりすることのよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする。	数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。	整数、小数及び分数の計算をしたり、図形の面積を求めたり、図形を構成要素の位置関係に着目して構成したり、数量の関係などを表したり調べたりするなどの技能を身に付けている。	数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、整数、小数及び分数の意味と表し方、計算の意味、面積などの単位と測定の意味、図形の意味及び数量の関係などについて理解している。
第5学年	数理的な事象に関心をもつとともに、数量や図形の性質や関係などに着目して考察処理したり、論理的に考えたりすることのよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする。	数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、日常の事象について論理的に考え表現したり、そのことを基に発展的、統合的に考えたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。	小数や分数の計算をしたり、図形の面積や体積を求めたり、図形の性質を調べたり、数量の関係などを表したり調べたりするなどの技能を身に付けている。	数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、整数の性質、分数の意味、小数や分数の計算の意味、面積の公式、体積の単位と測定の意味、図形の意味や性質及び数量の関係などについて理解している。
第6学年	数理的な事象に関心をもつとともに、数量や図形の性質や関係などに着目して考察処理したり、論理的に考えたりすることのよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする。	数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、日常の事象について論理的に考え表現したり、そのことを基に発展的、統合的に考えたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。	分数の計算をしたり、図形の面積や体積を求めたり、図形を構成したり、数量の関係などを表したり調べたりするなどの技能を身に付けている。	数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、分数の計算の意味、体積の公式、速さの意味、図形の意味及び数量の関係などについて理解している。

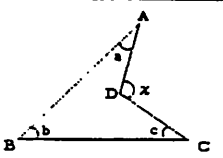
<中学校 数学>

観点	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
趣旨	数学的な事象に関心をもつとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、数学を活用して考えたり判断したりしようとする。	事象を数学的にとらえて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	事象を数量や図形などで数学的に表現し処理する技能を身に付けている。	数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則などについて理解し、知識を身に付けている。

<中学校 数学>

観点 学年	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
第1学年	様々な事象を数量や図形などでとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。	数量や図形などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	正の数と負の数の四則計算ができ、数量の関係や法則を方程式などを用いて表現し処理したり、基本的な図形の作図や図形の計算をしたり、関数関係を的確に表現したり、資料を整理したりするなど、技能を身に付けている。	正の数と負の数、文字を用いることの必要性和意味、一元一次方程式、平面図形についての性質や関係、空間における図形の位置関係、関数関係や比例・反比例、ヒストグラムや代表値などを理解し、知識を身に付けている。
第2学年	様々な事象を数量や図形などでとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。	数量や図形などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	文字を用いた四則計算ができ、数量の関係や法則を方程式などを用いて表現し処理したり、図形の性質について簡潔に表現したり、関数関係を的確に表現したり、確率を求めたりするなど、技能を身に付けている。	文字式のはたらき、連立二元一次方程式、平面図形の性質、図形の証明の必要性和意味及びその方法、一次関数の特徴、確率の必要性和意味などを理解し、知識を身に付けている。
第3学年	様々な事象を数量や図形などでとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。	数量や図形などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	平方根を含む式の計算ができ、数量の関係や法則を方程式などを用いて表現し処理したり、図形の性質について簡潔に表現したり、関数関係を的確に表現したり、標本を抽出したりするなど、技能を身に付けている。	数の平方根の必要性和意味、式の変形の意味とはたらき、二次方程式、図形の相似の意味や円周角と中心角の関係の意味、三平方の定理の意味、関数 $y=ax^2$ の特徴、標本調査の必要性和意味などを理解し、知識を身に付けている。

数学一6 (第2学年) 自分の説明を他者とのやり取りを通じてよりよいものに改善していく事例  
【学習活動の概要】

1 単元名 平行線と角									
2 単元の目標 観察、操作や実験などの活動を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。									
3 評価規準 【数学への関心・意欲・態度】 ・様々な事象を平行線の性質、三角形の角についての性質などでとらえたり、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。 【数学的な見方や考え方】 ・平行線の性質、三角形の角についての性質などについての基礎的な知識及び技能を活用しながら、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。 【数学的な技能】 ・平行線の性質、三角形の角についての性質などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現するなど、技能を身に付けている。 【数量や図形などについての知識・理解】 ・平行線の性質、三角形の角についての性質などを理解し、知識を身に付けている。									
4 教材 本単元では、平行線や角の性質、多角形の角の大きさについての性質を、論理的に筋道を立てた推論を行って調べることができるようにする。ここでは、右のような問題を取り上げ、合同の意味と三角形の合同条件を理解し、根拠となる事柄を明らかにしながら説明できるようにする。その際、ノートにかく活動や他者と伝え合う活動などを適切に取り入れることで、自分の説明をよりよいものに改善し、他者に伝えるように分かりやすく表現できるようにする。	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>右の図の図形で、 <math>\angle a, \angle b, \angle c, \angle x</math> の間にはどのような関係があるでしょうか。 いろいろな方法で考えてみましょう。</p>  </div>								
5 主な学習活動									
(1) 単元の指導計画 (全8時間)									
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>学習活動</th> <th>言語活動に関する指導上の留意点</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>第1次</td> <td>平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認説明する。(4)</td> <td rowspan="2"> <ul style="list-style-type: none"> <li>新しく学習する用語や記号が多いので、これらの用語や記号を使いながら自分の考えをまとめたり、他者の考えを読み取ったりすることができるようにする。</li> <li>帰納的な方法で示すことと、演繹的な方法で示すこととの違いを理解しながら、自分の考えを筋道を立てて説明できるようにする。</li> </ul> </td> </tr> <tr> <td>第2次</td> <td>平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質を考える。(4: 本時4/4)</td> </tr> </tbody> </table>		学習活動	言語活動に関する指導上の留意点	第1次	平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認説明する。(4)	<ul style="list-style-type: none"> <li>新しく学習する用語や記号が多いので、これらの用語や記号を使いながら自分の考えをまとめたり、他者の考えを読み取ったりすることができるようにする。</li> <li>帰納的な方法で示すことと、演繹的な方法で示すこととの違いを理解しながら、自分の考えを筋道を立てて説明できるようにする。</li> </ul>	第2次	平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質を考える。(4: 本時4/4)
	学習活動	言語活動に関する指導上の留意点							
第1次	平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認説明する。(4)	<ul style="list-style-type: none"> <li>新しく学習する用語や記号が多いので、これらの用語や記号を使いながら自分の考えをまとめたり、他者の考えを読み取ったりすることができるようにする。</li> <li>帰納的な方法で示すことと、演繹的な方法で示すこととの違いを理解しながら、自分の考えを筋道を立てて説明できるようにする。</li> </ul>							
第2次	平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質を考える。(4: 本時4/4)								
(2) 本時の学習									
①目標 凹四角形の角の関係を説明するために、平行線の性質や三角形の角の性質などを用いて、多様な方法で考え、自分の考えを数学的な表現を用いて説明したり、他者の考えを図や式などから読み取って説明したりすることができる。									
②本時の展開 ○実測などを通して、凹四角形の4つの角の間には、どのような関係があるかを予想する。 ○予想したことが正しいかどうか、既習事項を基にして、根拠を明らかにし筋道を立てて演繹的に考える。 ○各自が考えたことを自分なりの言葉でノートにまとめる (かく活動)。 ○自分の考えたことを他者に説明し、もらった助言などを基に、より分かりやすい説明になるよう改善を図ったり、他者の説明を聞き、より分かりやすい説明になるよう助言したりする (伝え合う活動)。									



【解説】

【指導事例と学習指導要領との関連】

中学校学習指導要領の第2章第3節数学第2（第2学年）の2において、B(1)では「観察、操作や実験などの活動を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれら確かめることができるようにする。」と示されるとともに、「ア 平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること。」とあるように、帰納的に見いだした平面図形を、平行線や角の性質などを基にして演繹的に説明することが示されている。

本事例のねらいは、凹四角形の角の関係を予想したり、見いだしたりして、見いだした関係を演繹的な方法で説明することである。説明する方法は多様にあり、方法ごとに補助線の引き方や説明する根拠が異なるため、これらを明らかにしつつ演繹的に説明したり、他者の考えを読み取って説明したりすることができるように言語活動を工夫した事例である。

【言語活動の充実の工夫】

○かく活動を通して、自分の考えをノートに整理できるようにする。

問題から、「 $\angle a + \angle b + \angle c = \angle x$ 」であることを見出す場面では、各自、ノートに凹四角形をかくように指示し、実測することや、右の図1のように具体的な角度を定め、三角形を基準としてADとCDにあたる線分を折り曲げてかいたときに $\angle x$ の大きさを求め、このことから帰納的に関係を考えるように促した。ノートには気が付いたことをできるだけ書き込み、消さないように指示した。こうした活動では、生徒が用いる具体的な数値が異なることから、「 $\angle a + \angle b + \angle c = \angle x$ 」がいつでも成り立つのではないかと予想した。

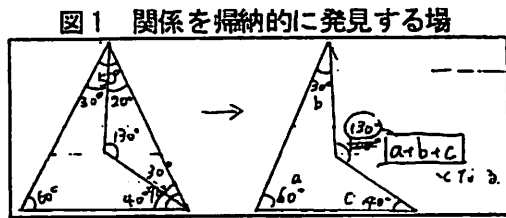


図1 関係を帰納的に発見する場

帰納的に見いだした関係が成り立つことを演繹的に考える場面では、図2のように、補助線の説明や根拠となる説明をかかない生徒が多い。そこで、グループやペアで検討する際には、口頭で説明するだけでなく、ノートを見せ合うことで考え方をより明確に伝えられるようにした。このことで、相手を意識して、きちんとノートに説明をかくことの必要性を実感させた。なお、この段階では記述証明の書き方にこだわるのではなく、「根拠を書くこと」「根拠からいえること」「推論の順番に書くこと」など、説明を書く際の視点を確認して、推論の過程を整理できるように促すことが大切である。

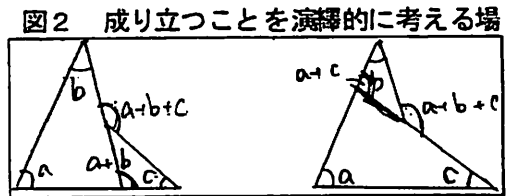


図2 成り立つことを演繹的に考える場

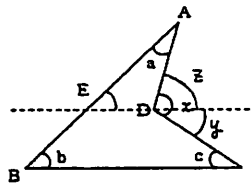
○伝え合う活動を通して、自分の説明の改善を図ることができるようにする。

多様な方法で解決できる問題では、自分の考えを他者に説明する活動を充実することが大切である。図3の生徒Aのように、多くの指示語を用いて説明する生徒が多い。教師は、数学的な表現を的確に用いているか、また、根拠を明確にしているかをとらえ、改善点とともに生徒に注意を促す必要がある。

図3 自分の考えを他者に説明する活動の充実

(生徒Aの説明)

こうやって線を引くと、ここがbで、ここがcになります。外角の性質を使って $\angle z$ は $\angle a$ と $\angle b$ をたした角度になります。だから、 $\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$ です。



教師の支援

・この線はどのように引いたのかな？  
・なぜ、ここがbなの？等

(生徒Aの改善された説明)

点Dを通過して、辺BCに平行な直線を引き、辺ABとの交点をEとします。平行線の同位角と錯角は等しいので、 $\angle AED = \angle b$ 、 $\angle y = \angle c$ になります。次に、 $\triangle AED$ で外角の性質を使って $\angle z = \angle a + \angle b$ になります。 $\angle x = \angle z + \angle y$ だから、 $\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$ です。

○伝え合う活動において、他者の考えを読み取ることができるようにする。

自分の考えを他者に説明する活動においては、他者の考えを解釈することも大切である。例えば、図に補助線を入れたところまでを生徒に発表させ、そこからどのように考えたのかを推測して、別の生徒に説明させることも考えられる。

数学－9（第3学年） ノートに友達の考えを書いたり互いの説明を評価し合ったりする事例  
【学習活動の概要】

1 単元名 式の展開と因数分解

2 単元の目標

文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。

3 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

・様々な事象を簡単な多項式などでとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

【数学的な見方や考え方】

・簡単な多項式などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

【数学的な技能】

・目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったり、文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解をしたりするなど、技能を身に付けている。

【数量や図形などについての知識・理解】

・式の展開の公式などを理解し、知識を身に付けている。

4 教材

右の問題の解決を通して、数の性質が成り立つことの文字式を用いた説明について指導する。その際、生徒に予想させる場を設け、証明の必要性を感じさせたり、自力解決における他者との交流により、自分がどのように考えたかを自分なりの表現方法で説明し伝え合う場を位置付けた。このような活動を通して、自分で論理的に考え判断することや、自分の考えや思いを的確に表現することができるようにするとともに、文字式を用いることのよさや必要性を理解し、問題の解決に積極的に文字式を活用しようとする態度を育てることを目指す。

連続する2つの整数の2乗の差について、どのようなことが言えるかを予想しなさい。また、それが成り立つ理由を説明しなさい。

$$5^2 - 4^2 = 9$$

$$6^2 - 5^2 = 11$$

$$13^2 - 12^2 = 25$$

$$(-10)^2 - (-11)^2 = -21$$

...

この結果についてどんなことが言えるだろうか。

5 主な学習活動

(1) 単元の指導計画（全15時間）

	学習活動	言語活動に関する指導上の留意点
第一次	○単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法，簡単な一次式の乗法，公式を用いる簡単な式の展開をすることができる。(6)	<ul style="list-style-type: none"> <li>・隣や前後の生徒と答えや考えを互いに交換し合うことによって、協同で学習するようにする。</li> <li>・答えだけではなく、自分がどのように考えたか、その思考過程を式を使いノートに表現するようにする。</li> <li>・考えたことを断片だけではなく、流れとして、その全体を語れるようにする。</li> </ul>
第二次	○因数分解は展開の逆の操作であることを知り、式の形に着目して簡単な式の因数分解をすることができる。(6)	
第三次	○数や図形の性質が成り立つことを、文字式を用いて説明できる。(3：本時1/3)	

(2) 本時の学習

①目標

数の性質が成り立つことを、文字を用いた式で説明することができる。

②本時の展開

- 問題を理解し、具体的な数を用いて帰納的に考え予想する。
- 予想したことが正しいことを、自分なりの方法でノートにまとめる。
- ノートにまとめた自分の説明を基に、自分の考えたことを相手に伝える。

【解説】

【指導事例と学習指導要領との関連】

中学校学習指導要領の第2章第3節数学第2（第3学年）の2において、A(2)ウ「文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明すること」が示され、また、〔数学的活動〕(1)ウにおいて、「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」などの学習活動に取り組む機会を設けるよう示されている。

本事例のねらいは、帰納的に推測した数の性質が成り立つことを、文字を使って演繹的に考察して証明することである。導入では、連続する2つの整数の2乗の差と、もとの整数との間にある性質について、予想を立てる場を設定した。また、全体での比較検討の前にペア学習の場を設定し、ノートにまとめた説明を基に、自分の考えや思いを相手に分かりやすく的確に表現する力の育成を図った。

【言語活動の充実と工夫】

○自力解決でのノートづくりの工夫

自力解決において、自分の考えたことをノートにまとめるように指導する。ここでのねらいは2つある。1つは、書くことにより自分の考えを整理できるようにすること、もう1つは、後に他者と考えを交流させる際の道具として活用できるようにすることである。自分の考えをもたずに、または自分の考えをもっていないでもそれを自分自身で明確に把握しないままに他者との交流の場を設定しても、生徒同士の「学び合い」を深めることは困難である。はじめは十分に書き表せなくても、少しずつ自分の考えたことをまとめられるようにしていく。ノートには結論だけではなく、自分はどうのように考え、どのように結論に至ったかを記述させる。その際、「あとで自分が見て分かるように記述する」、「他の人が見ても理解できるように記述する」の2点を意識付けることが大切である。以下に本事例の授業における具体的な指導例を紹介する。

- ① 何も書けない生徒には、問題を読んで思いついたこと、あるいは分からない部分をノートに書くよう指示する。その後、既習事項と似ていることはないかを考えさせ、ノートを使って振り返るよう指示し、生徒自身による気づきを促す。
- ② 式や計算しか書いていない生徒は、あとでノートを見ても自分の考えを振り返ることができない。このような生徒に対しては、「どのように考えた？」と投げかけをし、根拠としたものを文章として、あるいは図や表などを使って書き加えるように指示する。
- ③ 答えと共に根拠となる考えまで記述し終えた生徒には、どんな既習事項が活用できたのか、また問題を解決したことでどんなことが分かったかを整理させる。さらに、他の解法についても考えさせる。具体的には、式だけでなく、図や表など他の方法でも同じ結論を導くことができるのかなど自分で考えたことを振り返らせる投げかけをする。

Point：思いついたことを書かせる

- ・結果は奇数になっている。
- ・連続する整数の3つの整数の和については中学2年で学習した。
- ・連続する2つの整数は  $n, n+1$  と表せる。

Point：式だけでなく文章を書き加えさせる

$$\begin{aligned} (n+1)^2 - n^2 &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \\ &= n + (n+1) \end{aligned}$$

小さい方の整数を  $n$  とすると、大きい方の整数は  $n+1$  と表せる。このとき2乗の差は、

よって、連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、連続した2数の和に等しい。

▲ 何も書けない生徒へのノート指導

▲ 式しか書いていない生徒へのノート指導

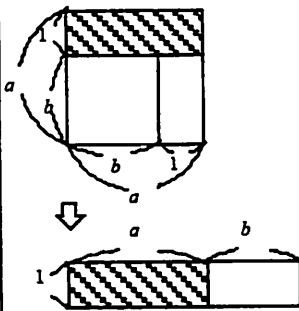
▼ 進んだ生徒へのノート指導

○自力解決において他者と交流する場での工夫

学級全体での比較検討を行う前に、隣の席や前後の席の生徒同士で、自分がどのように考えたかを説明するようにする。このようなペア学習は、論証の学習が苦手で自力では問題の解決が困難な生徒も取り組みやすく、授業に参加しようという意欲を引き出すことにも繋がる。この段階での指導のポイントを以下に紹介する。

- ① ノートを基にして、自分の考えと相手の考えの共通点、あるいは相違点はどこなのかを確認できるようにする。ノートには自分の考えを書く欄だけではなく他者の考えを書く欄を設けておくなど、他者の考えと自分の考えを比べられるようにする。また、説明に自信がもてない生徒には、他者との交流を通し、そのよい点や参考になる点などを自分の説明に取り入れられるようにする。
- ② 説明の内容・説明の仕方を相互評価できるようにする。ノートを基にした他者との交流を通して、考えを簡潔・明瞭・的確に伝えることができたかを互いに評価させる。例えば、「よく分かった」、「分かった」、「分からない」の3段階で相手の説明を評価させ、その際、何を根拠にしてそのように判断したのかも相手に伝え、改善の方法を一緒に考える場面を設けるなど「自分が分かればよい」というだけではなく、「相手に分かりやすい説明にする」ことを意識付けて活動に取り組むことができるようにすることが大切である。

Point：他の方法でも考えさせる



$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= a+b \\ &\quad \times a-b=1 \text{ だから} \end{aligned}$$

# 「発見」と「楽しさを感じる」授業の工夫

鳴門市第二中学校 天 満 洋 介

## 1 はじめに

本学年は、理解力が高い生徒が多く見られる。しかし、数学が苦手な生徒も多く基礎・基本がしっかり身に付いていなかったり、理解するまで時間がかかったりする生徒も少なくない。また、数学への関心・意欲を示さない生徒もいる。そこで、授業を通して生徒が主体的に活動できるように、考えさせたり話し合わせたりする時間を大切に、安易に解き方や考え方を伝えて終わることのないように工夫してきた。その結果、少しずつではあるが、数学への関心が芽生え、理解しようとする意欲が持てるようになってきている。さらに、普段の授業から生徒たちの数学に対する考え方を「数学」から「数楽」へと変えることはできないかと考えてきた。

授業をしていると生徒1人ひとり理解しやすい解き方が違うこともある。そこで、1つの問題に対して複数の解答を用意するようになってきた。机間指導をしているときに生徒のノートに（別解答）という欄があることに気づいた。複数の生徒が別解答の欄に自分なりのコメントを記入していた。そのコメントの中には、「こっちの方法が解きやすい!!」「違う方法」などがあつた。また、質問の仕方にも少しずつ変化が見られるようになり、「別の解き方はありますか?」「ぼくが分かるような方法を教えて」など意欲的になっている。

そこで今回、解き方を自分で発見することで1つのことに対する見方・考え方を広げ、さらに、様々な解き方の中から最善の方法を見つけられるようになって欲しい。解けた時の嬉しさから解くことの楽しさを感じて欲しいという思いで取り組んだ。

## 2 研究の目的

普段の授業の中で数学が苦手な生徒から「問題の解き方が分からない。」という言葉をよく聞くことがある。また、解き方を単純に暗記し、類似問題に対して応用ができないことも感じられる。そこで、授業を通して解き方にこだわらず、自分に合う解き方を見つけられるように支援してきた。

二次方程式は、中学校での数と式のまとめとしての役割を持つ部分であり、今までに学習してきた数や式に関する多くの知識・技能をすべて活用して学習を進めていく必要がある。しかも、高校との数学とも直接関わるところでもある。そこでまず「二次方程式を解くにはどのような考え方が必要か。」ということを考えさせたい。

そこで「発見シート」を使い、安易に計算方法だけを覚えるのではなく、自分自身で解き方を発見し、1つの問題に対する見方・考え方を広げさせたい。そして、友だちの発見を聞くことで、新しい発見をし、自分に合った考え方で楽しんで問題に取り組ませたい。さらに、最終的な目的として、解き方の発見だけでなく、最善の方法を選んで解くことを考えられるようにさせたい。

### 3 実 践 例

#### 1 発見シート

- ①二次方程式の解き方を4つに分け、それぞれの解き方を考えさせる。
- ②今日の授業で学習したことをまとめる。
- ③それぞれの解き方を学習しながら、自分で発見できたことを「今日の発見（自分）の欄に記入させる。
- ④「今日の発見（自分）」を発表し合い、自分自身が気づかなかったことを「今日の発見（友だち）」の欄に記入する。
- ⑤ 感想を記入する。
- ⑥ 学習したこと、発見したこと、感想を発表する。

#### 2 課題学習

### 4 成果と課題

(成果)

- ・授業で学習したことを自分の言葉でまとめることで、解き方や学習内容を再確認することができた。(以前の学習内容とのつながりに気が付くことができていた。)
- ・解き方を考える(発見)ことが増えていくことによって解けた時の嬉しさが楽しさにつながった。(関心・意欲が増えた)
- ・問題を解いていく中で、自分に合った解き方を選ぶことができるようになった。

(課題)

- ・自分でまとめることや発見することが苦手な生徒への支援の方法をもう少し工夫する必要がある。
- ・様々な解き方で解けることに気が付く生徒は多くいたが、そこから最善の方法を選択して解くことまで到達することができた生徒は少なかった。

### 5 考 察

多くの生徒がこの問題に対して興味や関心を持ち意欲的に取り組んでいた。その理由として、「答えが求めれば良い」という普段の解き方から「答えの求め方を考える」ことに変えていったことが考えられる。ただ、様々な方法を自分で発見し解くことができたことで満足してしまい、最善の方法を選んで解こうとする意識を持たせるところまで到達することは難しいと感じた。

### 6 あ と が き

今回の授業を通して生徒が自ら解き方を発見した時の満足感・達成感が感じられ、興味・関心を持ち意欲的な取り組みができた内容だったと思う。なかには考えても解き方が発見できない、この解き方でいいのだろうかという不安を持ち、書いている途中で消してしまう生徒の姿も見られたが、「いろいろな解き方を試すことが発見につながってくる。」伝えると、何度でも解きなおそうとする姿勢が見られたり、友だちの意見をしっかりと聞き参考にすることができるようになってきた。これからも生徒たちに「数学の楽しさや実感(満足感)を1人でも多くの生徒が感じられるように取り組んでいきたい。

# 学ぶ意欲を高め、考える力を育てる数学教育

生徒の活動を取り入れた授業実践を通して

小松島中学校 荒井俊輔

## 1 はじめに

本校は、生徒数 637 名で学級数は 1 年生 7 学級、2 年生 6 学級、3 年生 6 学級、特別支援学級 3 学級の計 22 学級である。生徒たちは明るく活発で、学習や部活動にも熱心に取り組んでいる。しかし、授業に対しては受け身的な姿勢が多く、自ら学ぶという積極性はあまり見られないように思われる。

## 2 研究の目的

授業を通して「数学は役に立つ」とか「面白い」というような前向きな気持ちをもたせたいと考えた。生徒たちは将来、社会における様々な場面で、自ら考え、必要に応じて資料を活用したり、見通しを立てたりしながら、問題を解決することが求められる。そこで、数学的な活動を通して、筋道を立てて考えさせ、問題を解決していくことで数学の楽しさを実感させ、数学に対する学習意欲を高めさせたいと思い、本研究に取り組んだ。

## 3 実践例 1

### 1 単元名 課題学習 ～タイル取りゲーム～

### 2 単元設定の理由

試行錯誤を繰り返し行わせることにより、ゲームで勝つためには運だけではなく、必勝法があることに気づかせ、数学に対する学習意欲を高めさせたいと思い、本単元を設定した。

### 3 単元の目標

タイル取りゲームに興味・関心をもち、意欲的・主体的に課題に取り組むことができる。また、課題の中から法則性や系統性を見つけ出し、数学の美しさや楽しさを味わうことができる。

### 4 単元の評価規準

#### 【ア. 数学への関心・意欲・態度】

- ①すすんで問題に取り組み、意欲的な学習態度が見られる。
- ②与えられた課題の中から、法則性や性質を見つけ出そうとする。
- ③学習したことをさらに深めたり追究しようとする。

#### 【イ. 数学的な見方や考え方】

- ①物事を多面的、かつ柔軟的に見ることができる。
- ②与えられた課題の中から、法則性や性質を見つけ出すことができる。
- ③帰納的見方や類推ができる。

#### 【ウ. 数学的な表現・処理】

- ①法則性や性質を帰納的に表現することができる。

【エ. 数量, 図形などについての知識・理解】

①事象の関係を理解している。

5 指導計画 (1時間)

「タイル取りゲーム」・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間 (本時1 / 1)

6 本 時

(1) 本時の目標

タイルの個数や取り方を変える中で, 必勝法を見つけることができる。

(2) 展 開

時間	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	学習活動における 具体の評価規準	評価方法
10分	○課題に取り組む。	○ルールを全員が理解できるように実演をする。		
5分	○2人1組でゲームを楽しみながら, 課題について考える。	○和やかな雰囲気の中でゲームを楽しませる。 ○思いつきでゲームをすすめると, 先手が勝ったり, 後手が勝ったりする経験させる。	○アの①	○観察 ○机間指導
「タイル取りゲームに必勝法があるかどうかを考えてみよう」				
10分	○タイルの数を設定し必勝法を考える。	○あまり助言をせず, 生徒自身に考えさせる。	○イの②	○発表 ○机間指導 ○観察
10分	○はじめのタイルの数がいくつであっても先手は必ず勝てるのかを考える。	○生徒の状況を把握する。		○机間指導
10分	○グループで自分たちの考えをまとめる。	○考える時間を十分かけ, 思考を深めさせる。		○発表
5分	○本時のまとめをする。	○このゲームの必勝法を理解させる。		

### (3) 評価及び指導の例

#### アの①

「十分満足できる」と判断される状況	○問題のもつ面白さや楽しさを理解し、学習に意欲的に取り組んでいる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	○問題の意味を理解させ、学習への意欲を高める。

#### イの②

「十分満足できる」と判断される状況	○いろいろな取り方の中から、自ら必勝法を見つけ出すことができる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	○他の生徒の取り方を紹介し、必勝法を見つけ出せるように指導する。

## 実践例 2

### 1 単元名 比例, 反比例の利用

### 2 単元設定の理由

日常生活の様々な活動の中には、比例や反比例の関係が利用されている事象がたくさんある。身の回りのことがらを比例や反比例の関係を使って考え、式に表して求める良さを実感させ、学ぶ意欲を高めさせたいと思い、本単元を設定した。

### 3 単元の目標

比例や反比例が実生活と深く関わっていることに気づき、身の回りの問題解決に当たって、比例や反比例の見方や考え方を活用することができる。

### 4 単元の評価規準

#### 【ア. 数学への関心・意欲・態度】

①身のまわりのことがらを、比例や反比例の考え方を利用して解決しようとする。

#### 【イ. 数学的な見方や考え方】

①身のまわりの事象を、比例、反比例の見方や考え方を通して考え、問題の解決に利用していくことができる。

#### 【ウ. 数学的な表現・処理】

①身のまわりの事象を、比例、反比例の見方や考え方をを用いて表現したり、処理したりすることができる。

#### 【エ. 数学, 図形などについての知識・理解】

①比例・反比例が事象のどのような場面で用いられているか理解している。



5 指導計画（2時間）

比例, 反比例の利用・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・2時間（本時2/2）

6 本 時

(1) 本時の目標

比例の考えを利用し, 地図から実際の面積を求めることができる。

(2) 展 開

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	学 習 活 動 に お け る 具 体 の 評 価 規 準	評 価 方 法
○課題を把握する。 (10分)	○地図の面積がわかれば実際の面積も求められることを確認させる。		
課題「地図の面積を求める方法を考えてみよう！」			
○面積と重さが比例していることに気づく。 (15分)	○正方形の厚紙が2枚, 3枚になると面積と重さがどうなるかを考えさせる。	○イの①	○発表 ○ワークシート ○机間指導
○比例の考えを利用して課題を解決する。 (15分)	○重さ÷面積が一定であることに気づかせ, それが比例定数であることを確認させる。	○ウの①	○発表 ○ワークシート ○机間指導
○本時のまとめをする。 (10分)	○自分たちが求めた面積と実際の面積と比較をして数値に対しても実感をもたせる。		

(3) 評価及び指導の例

イの①

「十分満足できる」と判断される状況	○厚紙の面積と重さの数量の関係について, 変化や対応を自ら見いだすことができている。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導の手だて	○面積が変わるとそれにもなって変わるものが予想できるように, ヒントカードを用いて変化や対応が見いだせるように指導する。

ウの①

「十分満足できる」と判断される状況	○具体的な事象から比例の関係を積極的にみつけ、比例の見方や考え方を通して、効率よく課題の解決に活用することができる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導の手だて	○地図の面積と厚紙の重さの関係から、面積が $n$ 倍になると、重さも $n$ 倍になっていることに気づかせ、比例の関係の特徴が見いだせるように指導する。

### 3 反省と課題

今回の授業を通して、生徒が興味・関心を持ち、意欲的に取り組みやすい学習内容を選ぶことや、数学的活動を多く取り入れるなど授業形態を工夫することで、数学の楽しさや面白さを感じさせることができた。

生徒にとって数学は、仕方なく勉強しているという意識が高いのではないかと感じていた。なぜなら、普段の授業の中では、積極的に挙手して発表をしたり、意欲的に学習に取り組んだりする姿勢があまり見られなかったからである。しかし、生徒のいきいきとした表情を見ると、今まで数学の楽しさや面白さを十分伝えられていなかったと反省せざるを得ない。今回、研究をさせていただいた事を契機として、今後さらに学ぶ意欲を高め、考える力を育てるための授業実践に取り組んでいきたい。

#### 引用・参考文献

- 文部科学省（2008）「中学校学習指導要領解説 数学編」  
 啓林館（2006）「未来へひろがる 数学1」