

秋田県教育委員会発行期刊物「ゆめ」掲載の各号

第1号 田代 昌 徳 先生からのお話

第2号 秋田県立大館高等学校 数学部 部長 田代 昌 徳 先生からのお話

第3号 秋田県立大館高等学校 数学部 部長 田代 昌 徳 先生からのお話
第4号 秋田県立大館高等学校 数学部 部長 田代 昌 徳 先生からのお話
第5号 秋田県立大館高等学校 数学部 部長 田代 昌 徳 先生からのお話
第6号 秋田県立大館高等学校 数学部 部長 田代 昌 徳 先生からのお話

第32回徳島県中学校数学教育研究大会

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

徳島県教育委員会

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

大会の趣旨は、各校の数学教育の現状を明らかにし、相互に交流し、
切磋琢磨することにより、数学教育の質の向上を図ることである。

考えることのたのしさを味わう授業の工夫

三好郡三加茂中学校 細川 誠治

1 はじめに

本校は、生徒数358名、学級数は1年3クラス、2年4クラス、3年4クラス、しょうがい児学級2クラスの計13クラスである。生徒たちは、明るく、とても素直で何事にも積極的に取り組む。また部活動にも熱心に取り組む、県大会でも数多くの成果をあげている。

学習面においては、高校進学へ向けて意欲的に取り組み、点数を上げようと努力はしている。しかし、そのなかで数学に興味をもって取り組んだり、自分から考えて取り組もうとする態度がみられるかという、疑問をもってしまう。

そこで今回、自分たちの身近な問題を通して、考えることのたのしさを味わわせたい。そして、数学的な見方や考え方のよさに気づくとともに、考える力をつけたいという思いで取り組んだ。

2 研究の目的

問題が解けそうにない、と判断し全然取り組もうとしない生徒や、解けた、解けないだけで自分を評価してしまう生徒がたくさんいる。そこで、普段の生活で経験したことのある事例が、数学の問題に結びついていることを実感させたい。そして、数学のたのしさを感じさせ、数学を活用していくことは日常生活を豊かにしていく一助になっていることを感じとらせたい。

3 実践例

1 題材名 「サッカーのリーグ戦を企画しよう」

2 題材設定の理由

第1学年では一次方程式、第2学年では連立方程式について学習してきた。第3学年では二次方程式を学習することにより、今まで以上に問題解決に方程式の有用性が感じられるようになった。

この題材では、身のまわりの事象のなかから、生徒の興味・関心をひきつけられる問題を提示し、その問題に積極的にかかわらせ、解決に向けて数学的に追求させたい。また、友達の発表や意見を聞き、自分の考えを述べる活動を通して、様々な問題解決の方法があることを知り、それぞれの考えのなかに含まれる数学的な見方や考え方のよさを感じさせたい。

3 指導計画

- § 1 二次方程式とその解き方…………… 3時間
- § 2 二次方程式と因数分解…………… 3時間

§ 3 二次方程式の利用…………… 3 時間

課題学習…………… 3 時間 (本時 1 / 2)

4 単元の評価基準

ア 数学への関心・意欲・態度

- ① すすんで問題に取り組み、意欲的な学習態度がみられる。
- ② 二次方程式やその解に関心を持ち、二次方程式を解こうとする。
- ③ 問題を解決するのに、二次方程式を利用して問題を解決しようとする。

イ 数学的な見方や考え方

- ① 平方根の考え方や因数分解を利用して、二次方程式が解けることに気づき、二次方程式の解き方を考察することができる。
- ② 具体的な事象のなかから二次方程式で表わされる事象があることに気づき、その解の意味を考察することができる。

ウ 数学的な表現や処理

- ① 平方根の考えを用いたり、因数分解を利用して二次方程式を解くことができる。
- ② 二次方程式をつくり、その解を求める手順や解の適否を説明することができる。

エ 数量・図形などについての知識や理解

- ① 二次方程式とその解の意味や二次方程式の解き方を理解している。
- ② 二次方程式を利用して問題を解決する手順を理解している。

5 本 時

(1) 目 標

- いろいろな数学的な見方や考え方で参加チーム数を求めようとする。
- 二次方程式を利用できることに気づき、解を求めることができる。

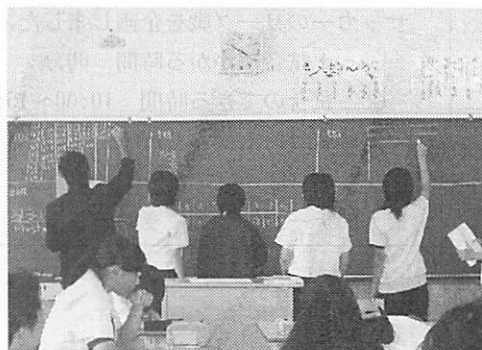
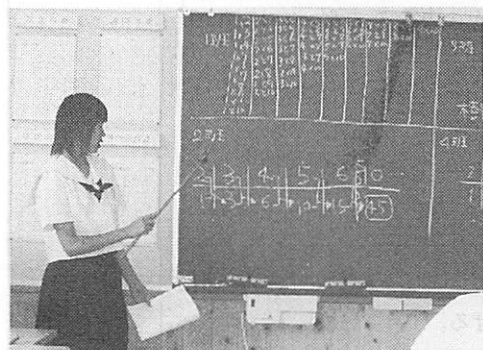
(2) 展 開

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	評 価
1 問題を把握する。		
<p>サッカーのリーグ戦を企画しました。条件は次のとおりです。</p> <ol style="list-style-type: none">① 1試合でかかる時間 60分② 試合のできる時間 10:00~15:00③ 3コート使って行う。④ 3日間かけて行う <p>最大何チームが参加できるでしょう。</p>		
2 個人の方法で考える。	• 試合数が全部で45試合になることに気づかせる。	アの①

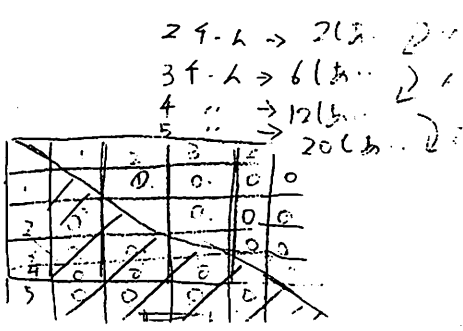
学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	評 価
3 グループで話し合う。	<ul style="list-style-type: none"> 個人で考えたことをグループで確認させる。 	イの②
4 二次方程式を考える。	<ul style="list-style-type: none"> 参加チーム数をxとおいて $\frac{x(x-1)}{2} = 45$ の二次方程式を作り、因数分解を利用して解くことができることに気づかせる。 	
5 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> 自己評価をさせる。 	

(3) 観点別評価の「判断基準」

基 準	基 準 例	評 価
アの①	問題のもつおもしろさやたのしさを理解し、学習に意欲的に取り組んでいる。	A
	学習に意欲的に取り組んでいる。	B
	(てだて) 問題の意味を理解させ、学習への意欲を高めたい。	C
イの②	身のまわりの事象からみつけた数量関係を、二次方程式に表すことができる。	A
	問題のなかの数量関係に気づき、二次方程式をつくろうとする。	B
	(てだて) 問題のなかの数量関係を、つかませたい。	C



【生徒の考え1】



4チームの試合数
 $2 \times 1 \div 2 = 1$ 試合
 $3 \times 2 \div 2 = 3$ 試合
 $4 \times 3 \div 2 = 6$ 試合
 $5 \times 4 \div 2 = 10$ 試合
 $\frac{10 \times 2}{2} = 45$

4チーム × 70チーム数 ÷ 2 = 試合数

~~x~~ ↓ ↓ ↓ ↓
 x x-1 ÷ 2 = 45

$x(x-1) \div 2 = 45$

$\frac{x(x-1)}{2} = 45$

$x(x-1) = 90$

$x^2 - x = 90$

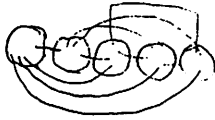
リーグ戦のグラフを書き、同じ試合は省いていくと、10チームのところまで45試合することになった。二次方程式を作るときは、グラフ通り(縦軸と横軸)に参加チーム数に1チームの相手チームの数をかけ、同じチーム同じの試合はしないのでその数を2でわると、試合数かである。その文字での式をxを使って表すと答えが出た。

【生徒の考え2】

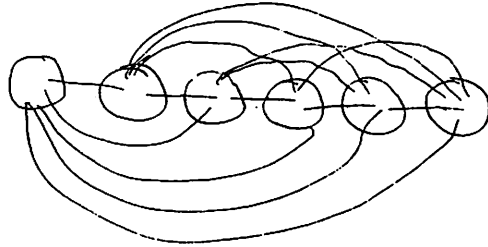
1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8	8,9	9,10	10
1,3	2,4	3,5	4,6	5,7	6,8	7,8	8,10	9,11	
1,4	2,5	3,6	4,7	5,8	6,9	7,10	8,11		
1,5	2,6	3,7	4,8	5,9	6,10	7,11			
1,6	2,7	3,8	4,9	5,10	6,11				
1,7	2,8	3,9	4,10	5,11					
1,8	2,9	3,10	4,11						
1,9	2,10	3,11	6	5					
1,10									
1,11									

(1,2), (1,3), (2,3) というように、ななめに書いていた5, ちやうど"10の所で"45試合になったので"4-4数は、104-4です。

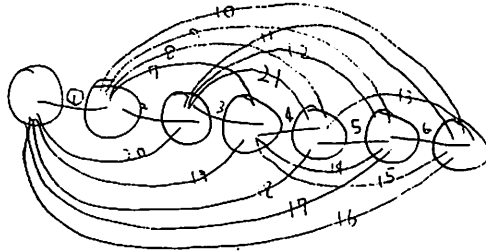
【生徒の考え3】



②



③



チームを「○」で表して、試合を「—」で表して、それを、どんどん増やして、上のような図で表しました。

①は、簡単にできたけど、②や③のように、チーム数が増えていくにつれてしんどくなって、8チームからは、根性がなくて、できませんでした。

【生徒の考え4】

45 試合

	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	4	5	6	7	8	9	10		
4	5	6	7	8	9	10			
5	6	7	8	9	10				
6	7	8	9	10					
7	8	9	10						
8	9	10							
9	10								
10									

試合数×2

90

9×10

$$2 \times 105 = y^2 - y$$

$$y^2 - y - 210 = 0$$

$$x^2 - x - 2y = 0$$

$$2x = y(y-1)$$

$$2x = y^2 - y$$

$$y^2 - y - 2x = 0$$

<二次方程式をつくらせてチーム数を求めよう>

例1: 4チームのリーグ戦 ⇒ 6 試合

5チームのリーグ戦 ⇒ 10 試合

xチームのリーグ戦 ⇒ $\frac{x^2-x}{2}$ 試合

4チーム ⇒ 3チーム

5チーム ⇒ 4チーム

xチーム ⇒ (x-1)チーム

対戦相手

<参加チーム数をxとすると>

$$\frac{x(x-1)}{2} = 45$$

$$x^2 - x = 90$$

$$x^2 - x - 90 = 0$$

$$(x+9)(x-10) = 0$$

$$x = -9, 10$$

問題より $x > 0$ したがって

10チーム

$$x(x-1) \div 2$$

$$x^2 - x \div 2$$

16-4

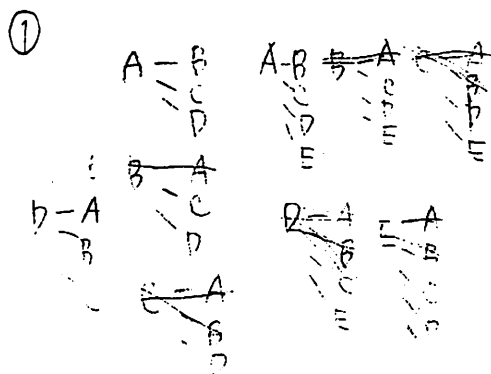
xチームでの試合数を求める場合、xは1より少ない数をxにかけて2で割るとでてくるので、逆にチーム数を求めるには、試合数×2が連続する2つの数の積となり、その大きい方の数が答えとなることわかった。試合数をy、チーム数をxとして二次方程式をつくと $2y = x(x-1)$

$$2y = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 2y = 0$$

となった。

【生徒の考え5】



②

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

- ③
- 2チーム ⇒ 1試合
 - 3チーム ⇒ 3試合
 - 4チーム ⇒ 6試合
 - 5チーム ⇒ 10試合

- ④
- 相手チーム数
- 2チーム ⇒ 1チーム
 - 3チーム ⇒ 2チーム
 - 4チーム ⇒ 3チーム
 - 5チーム ⇒ 4チーム

①のような樹形図を書いて、試合の組み合わせの同じものを消して、試合数を求めました。

②の式は、相手チーム数が $n-1$ チームあるので $n(n-1)$ になって、これだと同じ組み合わせが2個ずつできるので $\div 2$ をするとこの式になりました。

③、④はこの式をもとめるのに使った考え方です。

【生徒の考え6】

チーム数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
試合数	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45
		+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9

チーム数

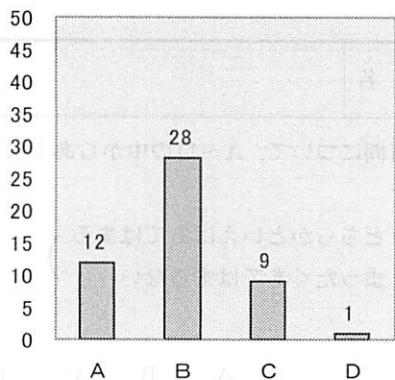
$$\frac{A. 104 - 4}{11}$$

チーム数が1増えるたびに試合数はチームをnとするとn-1の割合で増えていくので試合数が45になったときのチーム数は10.

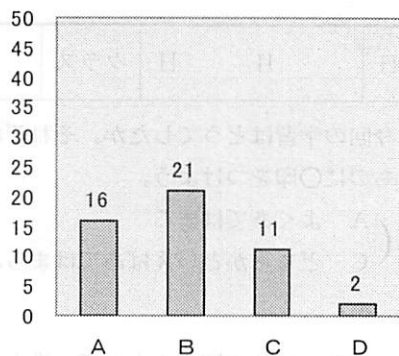
数学 自己評価カード

記入日	月	日	クラス	氏名
<p>1 今回の学習はどうでしたか。それぞれあてはまる質問について、A～Dの中からあてはまるものに○印をつけよう。</p> <p style="text-align: center;"> (A よくあてはまる B どちらかといえばあてはまる) C どちらかといえばあてはまらない D まったくあてはまらない </p>				
<p>① 問題に興味や関心をもって、進んで学習できた。</p> <p style="text-align: right;"> A B C D </p>				
<p>② 図や表を使って考えることができた。</p> <p style="text-align: right;"> A B C D </p>				
<p>③ 友達の意見を聞き、考えることができた。</p> <p style="text-align: right;"> A B C D </p>				
<p>④ 二次方程式をつくることができた。</p> <p style="text-align: right;"> A B C D </p>				
<p>⑤ 数学を身近に感じる事ができた。</p> <p style="text-align: right;"> A B C D </p>				
<p>⑥ これからもこのような問題に取り組んでいきたいと思う。</p> <p style="text-align: right;"> A B C D </p>				
<p>2 この学習で一番印象に残っていることは何ですか。</p> 				
<p>3 次の学習ではどんなことにごんばろうと思いますか。</p> 				

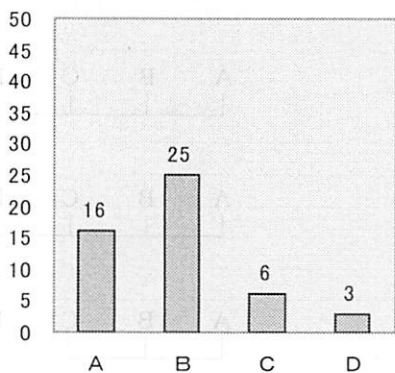
問1 問題に興味や関心をもって、進んで学習できた。



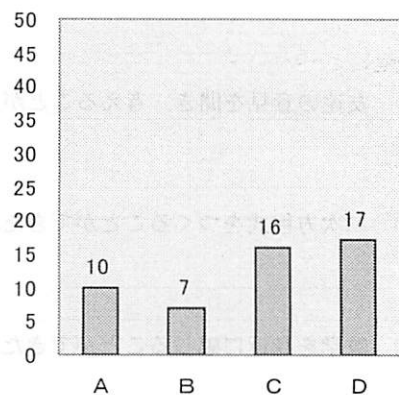
問2 図や表を使って考えることができた。



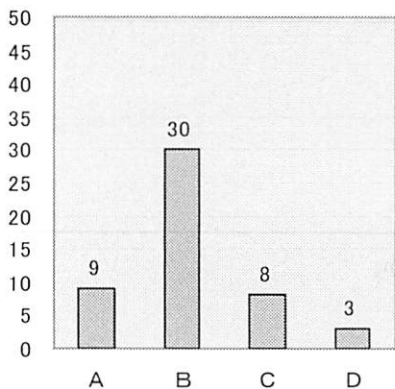
問3 友達の見聞きを聞き、考えることができた。



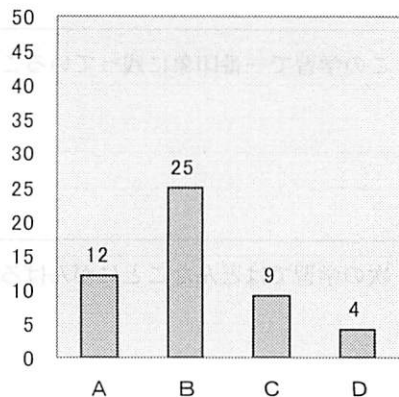
問4 二次方程式をつくることができた。

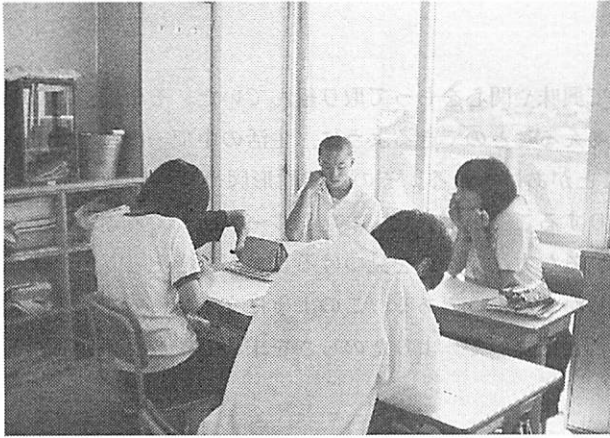


問5 数学を身近に感じる事ができた。



問6 これからもこのような問題に取り組んでいきたい。





[生徒の感想]

- いつもはあまり考えることが無かったけど、今回はよく考えることができた。
- はじめは難しかったけど、やっているうちにわかるようになって良かったです。
- グループになってみんなで考えることができた。だからいつもより楽しく感じた。
- 先生にヒントをもらいながらも、苦勞して自分で二次方程式ができたことがとてもうれしかった。数学の問題が身近に感じた。
- いままでの数学と違って、考えているときにはとても楽しくて、そして答えにたどりつけたときにはすごくうれしかった。
- 問題がわからないときには、図や表をかいて考えていくようにしたい。
- リーグ戦の計算は難しかったけど、数学が楽しいと思えた。
- 最初は見ただけで、全く解き方がわからず嫌だったけど、1つずつやっていくと何とかやる気がでてきて、問題を解くのがだんだんと楽しくなった。
- 自分の中にはない友達の見方が聞けて、いろいろな見方があることがわかった。
- 参加チーム数を求めるとき、1問解くだけでいろいろな解き方があることを知ってとてもおもしろかった。

4 考 察

ほとんどの生徒が、この問題に対して興味や関心をもって取り組んでいた。その理由としては普段とは違い、生徒たちが積極的に考えることのできるように、生活の中で一度は経験のあると思われるリーグ戦を資料にしたことがあげられる。その中で樹形図やリーグ戦表を使って、規則性を見つけたり、値を求めたりすることができた。またグループ活動で友達と意見を出し合うことができていた。ただいろいろな方法で答えを見つけることができたとしても、二次方程式をつくり解を求めることが難しかったようである。このように文章題に対する生徒の苦手意識をなくし、考える力をつけることによって、よりのしさを求める授業が展開されられると思われる。

5 お わ り に

授業の感想からみても、興味や関心をもって取り組める内容だったと思う。試行錯誤しながら、図や表を使って規則性を見つけたり、解を求めたりすることができたときは、生徒たちに達成感がみられた。なかには自分の考えに不安をもってしまい、すぐに消そうとする生徒がいたが、机間指導や個別指導でいろいろな方法があることを伝えると、一生懸命最後まで取り組んでいた。また友達が解くことにより自分も解こうとする意欲にもつながってきた。班活動でも自分の考えを言ったり、また友達の考えを聞いて問題解決をしようしたり前向きに取り組んでいた。二次方程式をつくるときにも、すぐに式をつくることはできなかったものの、これまでの授業でもみられたように、すぐにあきらめてしまうという生徒が少なかったように思う。今回の授業のように数学と普段の生活との関連性をテーマとして、問題に取り組んだことで、ほぼ全員の生徒にとって、考えることののしさを味わうことができるものになったのではないかと思う。これからもすべての生徒が1時間の授業の中で考えることののしさを味わえる授業を旨として、日々の研究に励んでいきたい。

[参考・引用文献]

「Pages of Mathematics～愛知教育大学付属名古屋中学校数学科～」HP より

毎時間の授業での自己評価とその生かし方

— 「数と式」領域における実践を通して —

阿南市立新野中学校 井村俊吾

1 はじめに

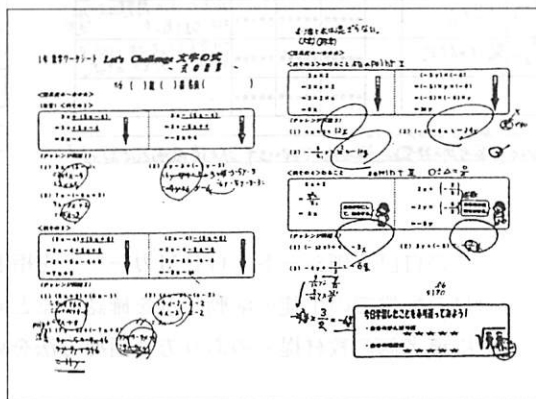
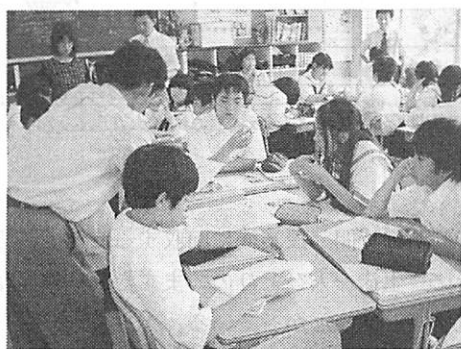
ある生徒の「この単元の学習が普段の生活のどんなところに活かされているんですか？」との発言に私自身はっとした。これまでの授業の中で生徒の頑張りや理解の面に重点を置きすぎていて、数学のもつ本来の面白さや楽しさを十分に味わわせることができていなかったように思う。これまで、自己評価は生徒に自己理解を促す1つの方法として取り入れてきたが、次時の授業での指導に役立てていく要素が強かったり、学期末や学年末の観点別評価のための評価に終わってしまっていて指導と評価の一体化という点では不十分だったような気がする。そこで、その反省を踏まえて、毎時間の授業の中で生徒と教師が無理なく継続でき、生徒の初期段階のつまずきや発見や教師の指導方法や教材のあり方などの改善や工夫について見つめ直すことができるためにはどのような自己評価を行えばよいかを考えることにした。

2 研究の内容

(1) 毎時間の授業での自己のふり返し（自己評価）を数値化する昨年までの取り組み

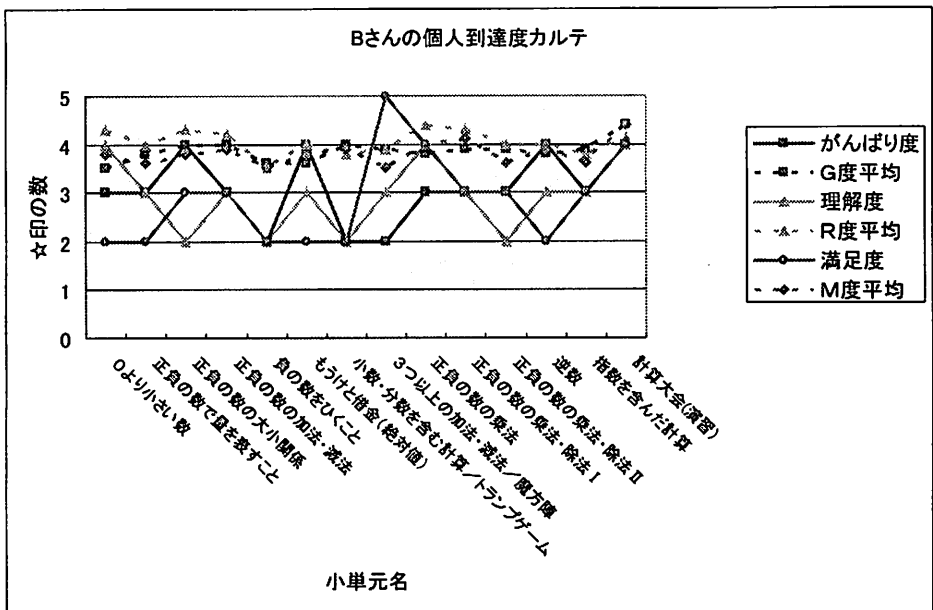
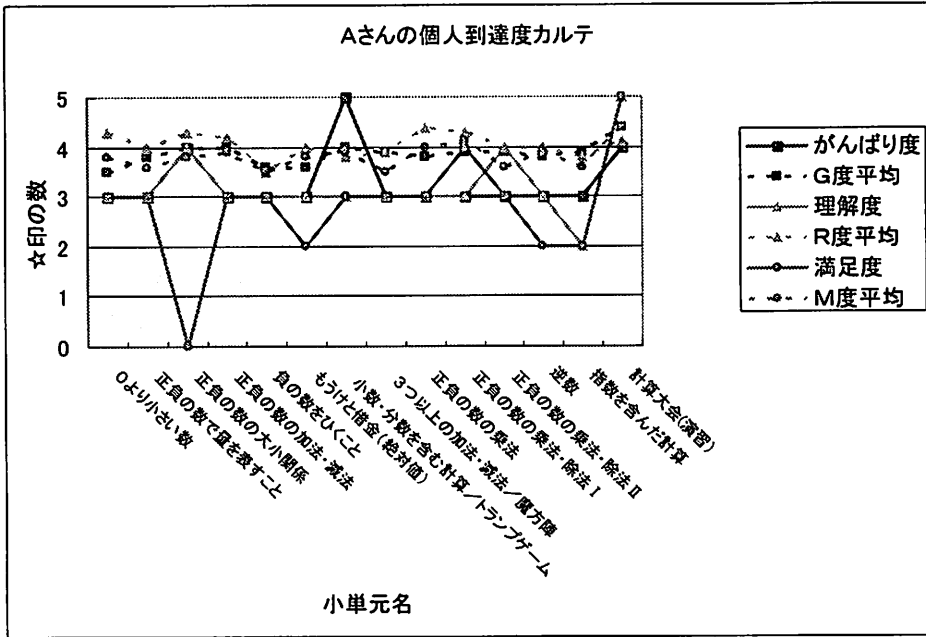
昨年度までは、毎時間の授業で生徒自身のふり返しをワークシートやノートなどに「がんばり度」、「理解度」として、それぞれ5段階で数値化して記入させ、継続させることによって、生徒一人ひとりの自己教育力を高めていこうと考えていたのであるが、生徒の「がんばり度」と「理解度」を把握するだけでは、生徒の個に応じた指導という点においては不十分であると考え、今年度はさらに生徒の授業における「満足度」を追加して、更に効果的な自己評価を行っていくことにした。

(「文字式」の単元のワークシートの例)



(3) 「GRMカード」を「個人到達度カルテ」としてまとめる

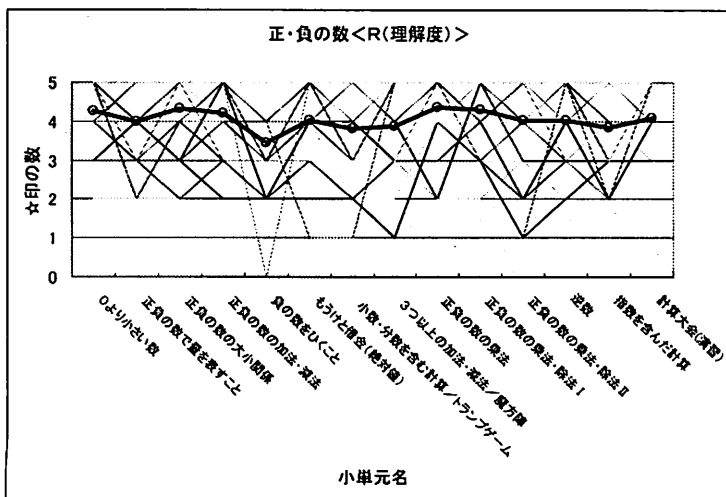
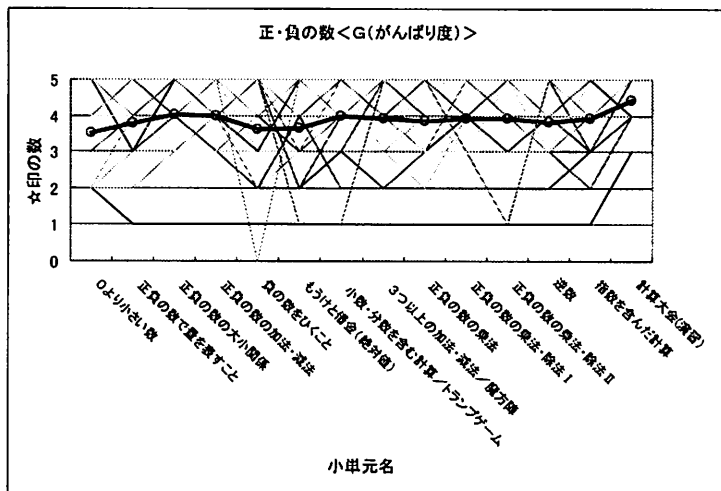
生徒が毎時間の授業で記入した「G（がんばり度）」「R（理解度）」「M（満足度）」を個人カルテとしてまとめて、生徒個人の毎時間のふり返りや、つまづきやすい小単元の把握などに役立てて、その集計結果を受けて、指導者側のこれからの授業における教材の提示の仕方や方法などの工夫改善に活用していくことにした。

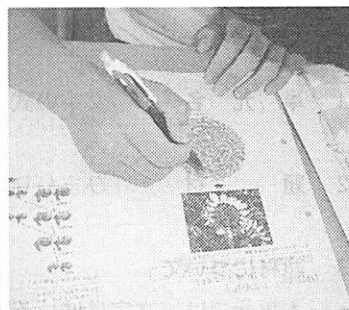
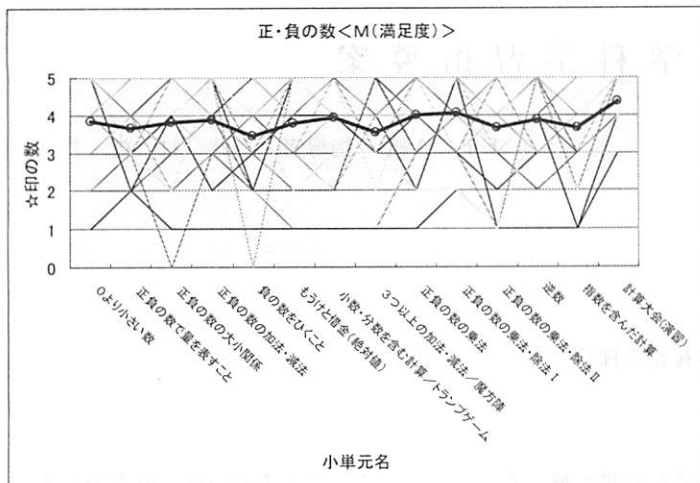


(考 察)

上のグラフはAさん（定期考査の得点低位層の者）、Bさん（定期考査の得点中位層の者）の「G（がんばり度）」、「R（理解度）」、「M（満足度）」を個人到達度カルテとしてまとめたものである。両者について大きな変わりはないが、Aさんの「正負の数の大小関係」において、理解度は4であるが、満足度は0と大変低かった。ここでは、授業内容における知識理解に重きを置きすぎて、教材提示の方法や教材の工夫が不十分であったと思う。実際にAさんに対して、授業後、大小関係における不等号の記号の由来などの話をしたりするなどの手だてをした。また、同じ小单元におけるBさんの理解度が2と低かった点については、授業後に授業中の基本的な学習内容を確認したりするなどの手だてをした。また、Aさんについて、「小数・分数を含む計算／トランプゲーム」のがんばり度が高かった点については、難しい小单元ではあるが、トランプを用いた作業的な学習を取り入れたことで、このような結果が得られたと考えられる。ただ、同じ小单元におけるBさんのがんばり度はあまり高くなかった。

このことから、得点上位層と得点中位層では同じ作業的な学習を行ってもがんばり度や満足度では、生徒の感じ方に明らかな違いがあった。以上のことより、一斉授業の中でも個々の生徒の到達度に応じた教材の提示が必要だと感じたし、全ての生徒が1時間の授業の中で満足感を得られる授業構成を考えていくには、数学の面白さや不思議さを感じるような教材の開発も大切になってくるのではないかと思った。





(考 察)

上の3つのグラフは、『正・負の数』の単元における生徒全員(1年39名)の「G(がんばり度)」、「R(理解度)」、「M(満足度)」を表したものであり、それぞれのグラフの太実線部分は、平均を表している。3つの尺度(G, R, M)の関係を見ると、「がんばり度」が高い小單元については、「理解度」も高いが、「満足度」においては一概に高いとは言えない。ただ、「満足度」については、操作活動などを行った授業では高い値を示している。また、『負の数をひくこと』の小單元については、「がんばり度」、「理解度」、「満足度」ともに低い値を示しており、数値のバラツキも大きいことより、私自身、指導者として1時間の授業の中での教材の工夫や導入のあり方が不十分であったと感じている。毎時間の授業の中で生徒自身がじっと黙々と一生懸命に取り組むということも大切であるが、全員が楽しく取り組めるゲーム的な要素も取り入れることの重要性を再認識した。

(4) 「5問確認テスト」を通して、学習の定着状況の把握

毎時間の授業のはじめの数分で前の時間に学習した内容の定着状況を確認するために「5問確認テスト」を実施している。なお、このテストの出題範囲は、教科書の例題や練習問題から同じ問題を出すということで、生徒にとっては、授業前に再度、教科書を見直したりするなど前向きに取り組む姿勢がみられる。また、この「5問確認テスト」の結果は、毎回チェックして、その日のうちに生徒に返して、成長ファイル(数学のファイルの名前)に綴るようにし、これまでの学習の確認や復習などに役立つようにさせている。指導者側からの評価の面で言えば、知識・理解の把握や基礎基本の定着状況の把握に利用することが出来る。

(5) 生徒の自己評価を分析して、特にM(満足度)の高かった授業の実践例

数 学 科 学 習 指 導 案

1年 A組 指導者 井 村 俊 吾

- 1 単 元 名 文字の式
- 2 題 材 ひまわりの秘密を探る

3 題材について

本単元では、文字にはいろいろな数量や概念をひとまとめにして表すという「要素の代表」としての意味と、文字の中身は必要に応じて置き換えられるという「入れ物」としての記号の意味があることを理解させることが重要であると考えます。

本時の題材である「ひまわりの秘密を探る」は、フィボナッチ数列に注目した規則性を探るものである。これまでは、3年生や選択教科などで実践していたが、1年生で実践することを計画したのは、早くからよりよいものに触れることで、生徒に数学的な見方・考え方のよさに気づかせ、それらを進んで活用する態度が育つであると考えたからである。

4 指導計画 (14時間)

- § 1 数量を文字で表すこと…………… 3時間
- § 2 文字の式を書くときの約束…………… 3時間
- § 3 式の値…………… 2時間
- § 4 式の計算…………… 4時間
- § 5 関係を表す式…………… 1時間
- 深めてみよう(課題学習)…………… 1時間 (本時1 / 1)

5 単元の評価規準

ア. 数学への関心・意欲・態度

- ① 進んで問題に取り組み、意欲的な学習態度が見られる。
- ② 文字の式の計算に進んで取り組もうとする。
- ③ 自然にある数学的な美しさを感じ取ることができる。

イ. 数学的な見方や考え方

- ① 与えられた課題の中から法則性や性質を見つけ出そうとする。
- ② 数量の関係を文字を用いて一般的に表すことができる。

ウ. 数学的な表現・処理

- ① 数量の関係を、文字を用いて式に表すことができる。
- ② 文字の式の計算ができる。

エ. 数量、図形などについての知識・理解

- ① 文字の式やその計算に関する用語などについて説明することができる。
- ② 式を書くときのルールが説明できる。

6 本 時

(1) 目 標

- ひまわりの花を観察し、その種の並び方の規則を見つけることができる。また、その規則がフィボナッチ数列と関係があることを理解することができる。
- 自然にある数学的な美しさを感じ取ることができる。

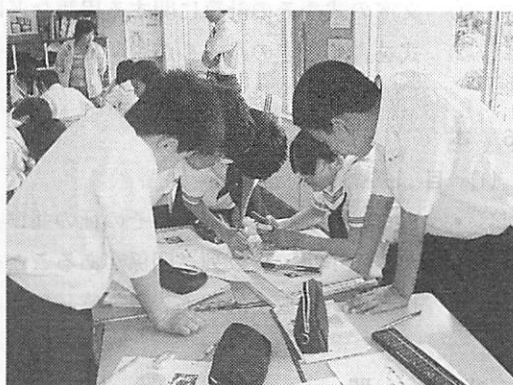
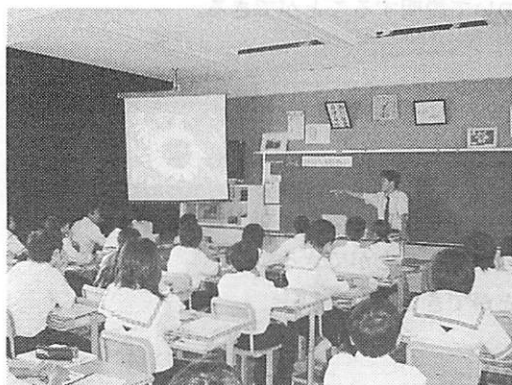
(2) 展 開

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	評 価
1. ひまわりの花の写真を観察し、気づいたことを発表する。	• できるだけたくさんの気づきが発表できるような雰囲気作りをする。	アの③ 発言 観察
2. うさぎの成長、繁殖のモデルをもとにしてフィボナッチ数列を知る。	• うさぎの成長、繁殖モデルには規則性があることに気づかせる。	イの① 発言 ワークシート
3. ひまわりの花とフィボナッチ数列との関係について考える。	• はじめに気づいたことをふり返らせ、フィボナッチ数列との関係について考えさせる。 • ひまわり以外の身近な自然とフィボナッチ数列の関係について考える。	アの③ 観察 発言
4. 本時のまとめをする。	• 自己のふり返りを自己評価カードに書かせる。	アの③ 観察 ワークシート

(3) 観点別評価の「判断基準」

規 準	規 準 例	評 価
アの③	自然の中にある数学的な美しさ感動し、他の事象を数学的にとらえようとする ことができた。	A
	「自然の中にある規則性に驚きを感じた。」「美しさを感じた。」などの発言や記 述が見られる。	B
	(てだて) 仲間が気づいたことや考えたことを紹介し、思考を助ける。	C
イの①	実際に数えることによって、自ら法則性や性質を見つけ出すことができる。	A
	教師や仲間のアドバイスを聞いて、自分なりに考えることができる。	B
	(てだて) 仲間が気づいたことや考えたことを紹介し、思考を助ける。	C

(授業での生徒の活動の様子)


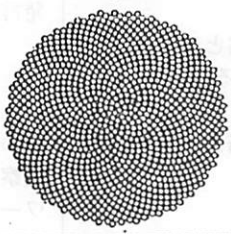


(授業で使用したワークシート)

1年数学ワークシート 文字の式
1年A組()番前()

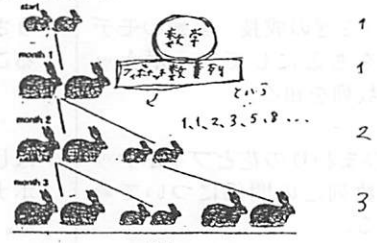
本日の目標: ひまわりの秘密を探ろう!

Q1. ひまわりの花の写真を観察して、気づいたことを考えてみよう!

ひまわり
⇒ 55
55
89

＜資料＞
1月のうさぎは、毎月1対のうさぎを生む、生まれたうさぎも2ヶ月以降毎月1対のうさぎを生む。
☆うさぎの成長・繁殖モデル



フィボナッチ数列
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

・首まわり、玉まわりになっている。
・たくさん集まっている。>5と2が

検
査
印

(授業後の生徒の感想: GRMカードより抜粋)

- ★フィボナッチ数列のすごさがよく分かった。
- ★ちゃんと規則的になっているのがすごいと思った。
- ★ひまわりの秘密が分かって得した気分だった。
- ★ひまわりの花や松ぼっくりにもフィボナッチ数列が見つかって楽しかった。自然の神秘を感じた。

★自然界にも多くのフィボナッチ数列があることにビックリした。僕は改めて、自然界に関心を持ちました。

★フィボナッチ数列がむっちゃおもしろかった。もっといろんなことも見つけていきたい。

★ひまわりがフィボナッチ数列になっていることに疑問を感じた。

(考察)

授業後の生徒の感想からみても、生徒自身の作業を通していろいろな発見があったりと満足度が高い授業であったように思う。実際に、GRMカードからこの授業のGRM度の平均を集計してみると、[G度…4.8 R度…4.7 M度…4.9]と3項目ともに大変高い値を示しており、得点上位層の者も得点下位層の者についても非常に満足感が得られる授業になったようである。日々の授業の中では、小單元によっては、得点上位層、中位層、下位層の満足度にバラツキが見受けられることがあるが、今回の授業のように数学と自然の関連性をテーマに文字式の単元の課題学習として取り組んだことで、ほぼ全員の生徒にとって、数学の面白さや楽しさを味わうことができるものになったのではないかと思う。これからも全ての生徒が1時間の授業の中で満足感を得られる授業を目指して、日々教材研究に励んでいきたい。

3 研究のまとめ

「数と式」領域における自己評価シートを活用した本実践を通じ、生徒一人ひとりと向き合おうとしたことによって、私自身、改めて子どもたちの分かってほしい、できるようになりたい、という強い気持ちを感じることができた。実践の成果としては次のような点が上げられる。

【生徒】

- ① 自己の学習をふり返り、学習における充実感を得られることによって、授業中の学習に対する取り組みが主体的に行われるようになった。
- ② 自己評価力が高まり、自分の学習状況を的確に認識しながら、自分に適した学習方法を模索しようとする態度が生まれてきた。

【指導者】

- ① 生徒一人ひとりの学習の過程を知ることができ、これまで以上に、個に応じた指導ができるようになった。
- ② 毎時間の生徒の自己評価を確認することで、自らの指導を見直し、教材の提示の仕方や発問方法などの工夫改善を積極的にしていくようになった。

また、子どもたちに「GRMカードを毎時間使ったの自己評価はどうでしたか？」とのアンケート結果は次の通りであった。(生徒の感想より原文どおり抜粋)

- これをやることにより、授業をふり返れるようになった。
- パッと見たときに自分が分かっていない所がすぐに分かって家での復習の励みになった。
- ☆印で書きやすかった。
- 前の時間の自分の様子や取り組みがよく分かり、励みになった。
- あまり分かっていないところがすぐに分かるのでテスト勉強に役立った。
- 毎時間の自分の理解度を確認できた。
- 自分がどれだけ頑張ってきたのかが分かり、また、自分がどれだけ学んだのかが思い出せて良かった。
- 前の時間の復習ができたり、がんばり度、理解度、満足度が分かるからいいです
- 自分の頑張ったことが分かったり、記録していったので、前の時間、何をしていたのかがよく分かった。
- 自分の本音が書けた。
- 自分が今まで学習してきた内容の確認と自分の頑張りをふり返ることができて良かった。
- 自分の弱点がチェックできたので良かった。
- けっこういいと思った。これからもやった方がいいと思う。

以上のようにほとんどの子どもたちが「GRMカード」を用いた自己評価について肯定的な考えをもっており、自己評価をしていく過程で、子どもたちの数学が分かりたい、できるようになりたいという前向きな気持ちが授業に取り組む姿勢にも表れてきつつあるように感じる。

しかしながら、今後の課題も山積しているのが現状である。私自身、次の点が課題としてあげられる。

- 自己評価を通して、授業中だけでは十分に理解できない生徒一人ひとりの思考過程や理解度、または、質問などを知ることによって、どのように効果的な授業を子どもたちと創っていくか。
- 授業における生徒の意識レベルを上げながら、基本的な学習事項の定着と困難な課題に対しても粘り強く考える力をいかに育てていくか。
- 「自立心（自分で自分を伸ばす力が身についた状態）」を育てるために毎時間の授業における課題設定をどう工夫するか。

4 おわりに

生徒の「数学は複雑だ」「数学は苦手だ」。こんな言葉を耳にするたびに自分自身、数学教師としての力なさを痛感する。1時間1時間の数学の授業を通して、生徒たちに「数学の面白さや美しさ、学ぶ楽しさや充実感（満足感）」を一人でも多くの生徒が感じられることを目指して取り組んでいった。

「個に応じた指導のあり方」という視点から自己評価シート（GRMカード）の活用を考えていったのであるが、毎時間の授業での生徒自身の取り組みの様子や「がんばり度」「理解度」「満足度」を把握することで、小單元における生徒のつまずきの早期発見や次の時間の授業構成や教材のあり方などにつながった。特に、GRMカードの「理解度」が不十分な生徒に対しては、その都度、授業の中でフォローをしていけるように心がけた。

また、GRMカードを毎時間授業後に回収し、スタンプを押したり、コメントを書いたりして返していくことで、確実に、生徒の学習意欲は高まってきたように思う。指導者側が、細かく子どもたちの頑張りを把握し、次の授業につなげていくことこそが自己教育力を育てる一つの評価のあり方であると考えます。子どもたちにやる気がないのではない。教師が本気になって手間ひまを惜しまず、頑張っていけば、子どもたちの授業に対する意欲は確実に高まってくると考えている。

私自身、今後も生徒の自立心を育てるためにいろいろな形式の自己評価を取り入れていこうと考えている。そして、生徒自身の自己評価だけでなく、生徒同士の相互評価なども積極的に授業の中で試みてみたいと考えている。ただ、あくまでも生徒一人ひとりの力を伸ばしていくことを目指した様々な評価のあり方を追求していきたい。

【参考・引用文献】

- 文部省：『中学校学習指導要領（平成10年12月）解説－数学編－』大阪書籍（1999）
- 文部科学省：『個に応じた指導に関する指導資料－発展的な学習や補充的な学習の推進－（中学校数学編）』教育出版株式会社（2002）
- 鳴門教育大学附属中学校：『研究紀要』（2004）
- 徳島県中学校教育研究会数学会：『数学科における絶対評価』（2004）
- ニチブン：『CD-ROM版中学校数学科教育実践講座』（2003）
- 数学教育：『文字の有用性を感じさせる授業づくり』明治図書（2005）
- 佐伯 胖：『考えることの教育』国土社（1990）
- 齋藤 孝：『齋藤孝の教え力』宝島社（2004）



オープンエンドの問題を取り入れた図形の論証指導の試み

勝浦郡勝浦中学校 平 井 正 美

1 はじめに

図形の証明問題を苦手と感じる生徒は多い。仮定と結論が混乱したり、結論を導くためには何をいえばいいのか、また、その証明をどう書いたらいいのかがわからなかったりして学習意欲をなくしてしまう。

答えがひとつの数や式ではない証明問題は、生徒達にとってかなり抵抗がありハードルが高いようであるが、論証の学習においても、数学的に考えることの楽しさを感じ取ってほしい。何とかして証明問題に意欲的に取り組ませたいと思い、課題を発見的問題として与えてみようと考えた。

2 研究のねらい

島田 茂氏（東京理科大学）は、正しい答えがたったひとつしかない問題を完結した問題、クローズドな問題と捉え、それに対して、正しい答えがいく通りも可能になるような問題を結果がオープンな問題、オープンエンドの問題と捉えている。

図形の証明問題は「～であることを証明しなさい」という形で出題されることがほとんどであるが、「結論がわかっていることをなぜ証明しなければいけないのか」という思いを生徒に抱かせ、証明することの必要性が生徒達に感じられないことも、証明問題へのハードルを高くしている一因であるように思われる。

そこで、結論を与えず「この図の中で成り立っていることをできるだけたくさん見つけてみよう」とオープンエンドの形で問うことを試みた。生徒は課題の図の中で成り立っているどんな小さなことでも答えていいことになり、問題に取り組みやすくなるのではないかと考えたからだ。

ひとつの場面において、いろいろな観点から考えアプローチしていくことは、実生活の中でも生きる力につながる有効な方法であるように思う。そして、個別学習→グループ学習→全体学習という授業の流れの中で、自分で、あるいは自分達で見つけたことがらを、自ら証明したいと思う気持ちが生徒達の中に生まれ、受け身でなく、主体的に論証しようとする態度を育てたいと思い、本実践に取り組んだ。

3 研究の実際

- (1) 単元名 図形と合同
- (2) 題材 平行四辺形
- (3) 題材について

課題の図をいろいろな角度から考察させることにより、三角形の合同や平行四辺形になる条件についての理解を深めるとともに、図形の論証に意欲的に取り組ませたいと思い、本題材を設定した。

(4) 指導計画

	啓林館	授 業 計 画
1章 三角形		
① 二等辺三角形	4時間	3時間+オープンエンド1時間(I)
② 直角三角形の合同	2時間	2時間+オープンエンド1時間(II)
③ 円周角の定理	2時間	2時間
④ 問 題	1時間	1時間
2章 平行四辺形		
① 平行四辺形	5時間	5時間+オープンエンド2時間(III, IV)
② 平行線と面積	2時間	2時間
③ 問 題	2時間	1時間

(本時 5/7時間, IV)

(5) 本 時

ア 目 標

- 課題の図の中で成り立っていることがらを見つけることができる。
- 図形の論証に興味・関心をもち、図形の性質について意欲的に調べようとする。

イ 展 開

前時の最後に、課題に対して個人で取り組む時間をとってある。

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	評 価
1 課題の図の中で成り立っていることがらを班の中で出し合う。	<ul style="list-style-type: none"> • 前時に個人で見つけたことがらを班の中で共有させる。 	イの① ワークシート 机間指導 観察
<p>下の図の中で、成り立っていることをできるだけたくさん見つけてみよう。</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> </div> <div style="flex: 1; padding-left: 20px;"> <p><仮定></p> <ul style="list-style-type: none"> • 四角形 ABCD は平行四辺形である。 • $BE = DF$ </div> </div>		
2 見つけたことがらを班ごとに発表する。	<ul style="list-style-type: none"> • どんなに簡単なことでも取り上げる。 	発表
3 見つけたことがらが確かに成り立っているかどうかを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> • 見つけたことがらを関連づけながら確かめさせる。 	アの① 発表

ウ 観点別評価の「判断基準」

規 準	基 準 例	評 価
イの①	確かな根拠にもとづいて、図形を論理的に考察し、証明の筋道を見通すことができる。	A
	確かな根拠にもとづいて、図形を論理的に考察することができる。	B
	(てだて) 補足説明をしたり、ヒントを与え、学習への意欲を高めたい。	C
アの①	図形の論証に興味・関心をもち、意欲的に論証に取り組もうとする。	A
	図形の論証に興味・関心をもち、筋道を立てて考えようとする。	B
	(てだて) 問題の意味を理解させ、学習への意欲を高めたい。	C

(6) 生徒の反応

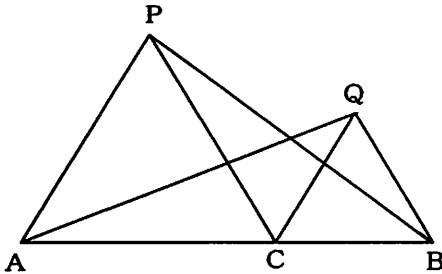
観 点	生 徒 の 反 応
辺	1 • $AB=DC$ • $AD=BC$ 2 • $AE=FC$ • $AF=EC$
角	3 • $\angle BAD=\angle DCB$ • $\angle ABC=\angle CDA$ 4 • $\angle ABD=\angle CDB$ • $\angle ADB=\angle CBD$ 5 • $\angle BAE=\angle DCF$ • $\angle AEB=\angle CFD$ 6 • $\angle DAF=\angle BCE$ • $\angle AFD=\angle CEB$ 7 • $\angle EAF=\angle FCE$ • $\angle AEF=\angle CFE$ • $\angle AFE=\angle CEF$ 8 • $\angle AEC=\angle CFA$ 9 • $\angle AEC=\angle BAE+\angle ABC+\angle BCE$ • $\angle AFC=\angle DCF+\angle CDA+\angle DAF$
形 と 大 き さ	合同 10 • $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$ 11 • $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$ • $\triangle AFD\equiv\triangle CEB$ 12 • $\triangle AEF\equiv\triangle CFE$ 13 • $\triangle ABF\equiv\triangle CDE$ • $\triangle AED\equiv\triangle CFB$ 14 • 四角形 $ABCE\equiv$ 四角形 $CDAF$ • 四角形 $ABCF\equiv$ 四角形 $CDAE$
	面積 15 • $\triangle ABD=\triangle CDB$ 16 • $\triangle ABE=\triangle CDF$ • $\triangle AFD=\triangle CEB$ 17 • $\triangle AEF=\triangle CFE$ 18 • $\triangle ABF=\triangle CDE$ • $\triangle AED=\triangle CFB$ 19 • 四角形 $ABCE=$ 四角形 $CDAF$ • 四角形 $ABCF=$ 四角形 $CDAE$
形	20 • 四角形 $AECF$ は平行四辺形

観 点	生 徒 の 反 応
そ の 他	21 • $AB \parallel DC$ • $AD \parallel BC$
	22 • $AE \parallel FC$ • $AF \parallel EC$
	23 • $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ を合わせると平行四辺形になる • $\triangle AFD$ と $\triangle CEB$ を合わせると平行四辺形になる

【I, II, IIIで行ったオープンエンドの問題】

下の図の中で、成り立っていることをできるだけたくさん見つけてみよう。

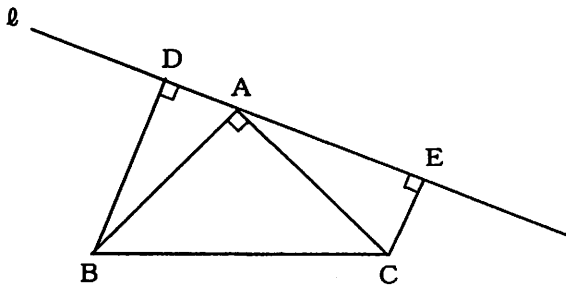
(I)



<仮定>

- 線分AB上に点Cをとり、AC, CBをそれぞれ1辺とする正三角形PACと正三角形QCBを同じ側につくり、AとQ, PとBを結ぶ。

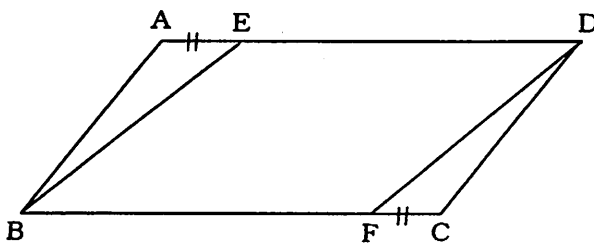
(II)



<仮定>

- $\triangle ABC$ は直角二等辺三角形である。
- $BD \perp l, CE \perp l$

(III)



<仮定>

- 四角形ABCDは平行四辺形である。
- $AE = CF$

4 考察と今後の課題

- (1) 個人の到達度に合わせて取り組めるので、学習に参加しやすくなる。
- (2) 他にも成り立っていることがらはないかと、課題の図をいろいろな角度から見るようになる。
- (3) 既習の内容を総動員して成り立っていることがらを探すため、今までの学習内容がより広く想起され復習できるし、既習の内容につながりを持たせることができる。
- (4) 今回、論証の指導にオープンエンドの問題を取り入れたのは、生徒達に証明の必要性を感じさせ、証明しようとする意欲を持たせたかったからである。課題の図の中に合同な図形が存在するとワークシートに書いた生徒達の中には、合同の根拠がはっきりわかっている者もいれば、はっきりした根拠はないが目で見ただぶん合同だろうとしかわかっていない者もいた。しかし、各自が見つけたことがらを班で出し合っているときには、合同の根拠を友達に説明しようしたり、なぜ合同といえるのか証明を試みようとするなど、自ら進んで証明してみようとする姿が見られた。
- (5) 数学が得意な生徒は、課題の図の中に合同な三角形や平行四辺形が存在することを容易に見つける。授業より先に塾などで証明問題を解いており、三角形の合同を利用すれば平行四辺形になっていることがいえると思いが立つのだと思われる。しかし、反応の14番、19番、23番のように教科書や問題集などであまり問われないようなことがらに関しては、数学が特に得意というわけではない生徒が書いていた。まだ証明問題をあまり解いていない分、図を柔軟に見ることができるのではないだろうかと感じた。
- (6) 授業展開に時間がかかる。今回の授業も個別学習は前時に行ったのだが、ひとつの課題に対する個別学習→グループ学習→全体学習の流れを1コマの授業の中では終えることができない。けれども、数学的に考えることの楽しさや発見することの喜びを味わうためにはそれぞれの形態での学習時間を十分にとる必要があり、オープンエンドの問題を何時間か行うためには非常に綿密な授業計画が必要である。
- (7) 生徒にやる気を持たすために、どんなに簡単に見つかることがらでも取り上げていこうとしたのだが、そうすると、生徒の反応が多いほど授業の最後がまとまりに欠ける感じは否めない。課題の条件を変えたり、一般化させてみたりと数学的な深まりを持たすことができなかった。

5 おわりに

オープンエンドの問題を図形の論証指導の中で取り入れてみたが、同じ教材を扱うにしても問い方を変えるだけで、生徒の反応はずいぶん変わるのだということを改めて実感した。視野を広げ柔軟な思考力を養うために、オープンエンドの問題は有効であると思う。証明問題に対する生徒の苦手意識を減らすために、指導法や教材の工夫をこれからもさらにしていきたいし、また、他の単元の内容に対しても、オープンエンドの問題は可能であると思うので、効果的に取り入れていきたい。